



TITLE:

道路網における交通量分布に関する確率論的研究(Dissertation_全文)

AUTHOR(S):

松井, 寛

CITATION:

松井, 寛. 道路網における交通量分布に関する確率論的研究. 京都大学, 1974, 工学博士

ISSUE DATE:

1974-07-23

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.r2588>

RIGHT:

道路網における交通量分布に関する確率論的研究

昭和48年9月

松 井 寛

道路網における交通量分布に関する確率論的研究

昭和48年9月

松 井 寛

ま え が き

本研究の目的は、平衡状態にある道路網上の交通流を理論的に記述するための数学的モデルを開発することである。本研究ではとくに道路網上における車の経路選択やODペア選択にみられる多様性に注目して、道路網上の交通流の分布状態を確率論的現象としてとらえる観点から考察し、統計論的手法を援用してもっとも確からしい交通流の分布パターンを導き、また道路網における交通流の挙動を確率過程として記述することにより、平衡状態にある実際の交通現象を適切に表現できるいくつかの理論を定式化し、その解法を示している。本研究で対象とされる交通現象は、内容的には全体のほぼ8割が交通量の配分理論に関するものであり、残りが交通量のOD分布理論に関するものである。

意志決定の不確実性を前提とした上記の非決定論的問題も、確率論や統計論的手法の導入によって、数学的には近年急速に発展してきている数理計画手法が適用でき、電子計算機の急速な進展とあいまって、本研究で提案されるモデルの実用的解法に貢献している。

本研究の成果を実際の問題に適用する際には、まだ残された問題点も多いが、本研究が道路網計画や交通規制、交通管制の基礎的理論として多少とも貢献できれば、望外の喜びである。

なお本研究をまとめるにあたって、直接御指導を賜った京都大学工学部佐佐木綱教授に対し、心から感謝の意を表するとともに、終始懇篤なる御鞭撻を賜った同米谷栄二教授、ならびに日ごろ暖かい御協力と深い御理解をいただいた名古屋工業大学渡辺新三教授に対し、厚く御礼申し上げる次第である。

昭和48年9月

松 井 寛

道路網における交通量分布に関する確率論的研究

まえがき

第1章 緒 論	1
1. 1 本研究の目的とその意義	1
1. 2 本研究の内容	3
＜参考文献＞	5
第2章 考察の基礎となる交通流の特性	6
2. 1 交通流の平衡性	6
2. 2 交通量・速度・密度の相互関係	8
2. 3 交通容量	12
2. 4 運転者の経路選択挙動	15
＜参考文献＞	23
第3章 確率最大化によるOD交通量推定法	26
3. 1 概 説	26
3. 2 従来のOD交通量推定モデル	27
3. 3 モデルの定式化とその解法	37
3. 4 佐佐木のエントロピー法およびウィルソンのエントロピー法との比較	43
3. 5 適 用 例	49
3. 6 結 語	54
＜参考文献＞	56
第4章 確率最大化によるOD一配分交通量同時推定法	60
4. 1 概 説	60
4. 2 モデルの定式化とその解法	61
4. 3 走行時間関数を導入した場合	65
4. 4 適 用 例	70
4. 5 アクセシビリティ計量化への拡張	79
4. 6 結 語	82
＜参考文献＞	83
第5章 確率最大化による配分交通量推定法	85
5. 1 概 説	85

5. 2	従来の配分交通量推定モデル	87
5. 3	モデルの定式化とその解法	96
5. 4	交通容量制約のない場合の計算例	103
5. 5	交通容量制約のある確率最大化配分法	111
5. 5. 1	交通容量制約の表現方法	111
5. 5. 2	走行時間関数を用いて交通容量制約を表現する場合	113
(1)	定式化およびその解法	113
(2)	解の存在とその唯一性	117
(3)	走行時間関数の検討	118
(4)	計 算 例	121
(5)	輸送計画的配分および等時間原則配分との関連性	135
5. 5. 3	容量制限不等式を用いて交通容量制約を表現する場合	140
(1)	定式化およびその解法	140
(2)	SUMTによる解法	142
(3)	計 算 例	153
(4)	線形近似によるLP解法	161
5. 6	配分対象経路の選定	166
5. 7	右左折ペナルティの導入	170
5. 8	リンクフローによる確率最大化配分法の定式化	176
5. 9	有料道路の通行料金最適化への試み	178
5. 10	結 語	191
	<参考文献>	194
第6章	吸収マルコフ過程による配分交通量推定法	205
6. 1	概 説	205
6. 2	道路網上の交通流の統計力学的考察	206
6. 3	連続吸収マルコフ過程としての定式化	212
6. 4	計 算 例	217
6. 5	定常解としての適用例	224
6. 6	セミマルコフ過程による交通量配分	242
6. 7	結 語	245
	<参考文献>	248
第7章	結 論	250

第 1 章 緒 論

1.1 本研究の目的とその意義

自動車が道路網上を移動する状態を数学的に如何にうまく表現するかという問題は、交通工学上の1つの基礎課題である。本研究の目的は、この道路網上の交通流の分布パターンを理論的に説明しうる数学的モデルを開発し、かつその実用的な解法を見出すことである。ここで言う交通流の分布パターンとは、具体的には車が道路網上をいかに流れるかを推定しようとするいわゆる交通量配分の問題と、道路網によって結びつけられた各ODペア間に車がどのように分布するかという、いわゆる交通量分布の問題を包括したものをさしているが、本研究においては、内容的には交通量配分に関するものがその大部分を占めている。

言うまでもなく、分布交通量や配分交通量の推定は、今日将来交通量の一連の推定過程の中で重要な位置を占めており、すでに今日までに多くのモデルが提案されている。しかしこれらの分野はその重要性にもかかわらず、最近までは比較的研究の遅れた分野であった。とくに道路網上の交通量配分の問題は、運転者の経路選択挙動という交通現象自体の複雑さに加えて、一般に扱う変数の数が非常に膨大となるなどの配分計算技術上の問題もあって、計算の簡易性と計算時間の短縮を重視するあまり、ともすれば配分理論としての厳密な論理性に欠けるモデルが多くみられた。したがって、M.E. Campbell¹⁾が彼の論文の中で“交通量配分は今のところ科学であるというよりむしろ芸術的と考えられる”と述べている。

ところで最近の電子計算機の著しい発展によって、電子計算機の大型、高速化が進んだ今日、道路網を対象とした配分計算においても、従来問題となったような計算機の容量や、計算時間などの計算技術上の制約は次第に軽減されてきており、また数理計画法や数値解析法の急速な進歩によって非線形の問題もある程度求解が可能となってきている。したがって今後は厳密な論理性に裏付けされ、しかも実用的な配分モデルの開発の必要性が次第に痛感されてきている。とくに最近の交通量配

分の目的が単に道路網上の交通流の静的な記述だけにとどまらず、動的なとらえ方にまで適用されるようになってくるとなおさらである。

従来の配分モデルの中にも配分理論と呼びうるものも存在する。たとえば、輸送計画的配分や等時間原則配分などがこれに該当する。輸送計画的配分は、たとえば総走行時間を最小化するといったようなある特定目的を達成するための合理的な行動を追求しようとする、いわば規範的立場にある配分手法であり、したがって現実の配分パターンとはかなりの隔たりがあると考えられる。一方等時間原則配分は、利用される経路については走行時間が等しく、利用されない経路はそれより走行時間が余計にかかるという原則に立つ配分手法であり、この配分原則の前提には、運転者にはすべての経路の走行時間に関する情報が完全に知られていること、また経路の評価要因およびその基準がすべての運転者に対して同一であるという仮定がある。したがってこれも現実の配分パターンを十分表わしきれない面がある。よって道路網上の現実の配分現象を正確に表現するためには、運転者の経路選択挙動にみられる不確実性、多様性を包含した新しい配分理論の開発が望まれるわけである。

次に交通量のOD分布の問題についていえば、問題の数学的取り扱いやすさにおいて交通量配分に比べて格段に有利なため、今日まで実用的で現実のODパターンとの適合性においても優れたモデルが数多く開発されている。しかしながらここで注意しなければならないのは、これは交通量配分モデルにも当てはまることであるが、実績の分布パターンとの適合性が高いということは分布モデルの必要条件ではあるが、十分条件ではないということである。すなわちそのモデルが現実の分布パターンとの適合性が高いからといって、将来の交通量分布もうまく表わしうる保証はないのであって、やはりそこには、分布現象に対する論理的な説明がなされていなければならない。この意味からも交通量分布の問題に対しても厳密な理論に裏付けされ、しかも現実のパターンを記述できるとともに、予測的特性をそなえたモデルの開発が望まれるわけである。

さて本研究では、上記のような従来のモデルにみられる問題点を検討した結果、道路網上の交通流分布を確率論的現象としてみる立場から考察することにした。道

路網上の交通流分布に限らず一般に交通流理論に確率、統計的な見方がなされた例は以前からみられる。たとえば、交差点や料金所における車の待合せ理論などはその代表例である。このように交通流の挙動には確率的な性質をもったものが少なくない。交通量配分もこれを運転者の経路選択行動という点に焦点を当てて考えると、経路の選択に影響を及ぼす要因が、運転者の属性や交通の特性、あるいは経路の特性など多種多様にわたっていること、および道路網上の交通および道路事情の完全な情報が運転者には知り得ないことなどによって、経路選択挙動が多様性、不確実性に富んだ現象であることが認められよう。このような選択決定にみられる不確実性、多様性に注目すれば、交通量配分現象を確率論的現象として取り上げることに十分な説得があると考えられる。一方交通量のOD分布についてみれば、ODペアの選択は経路選択の場合と違って社会的な制約を強く受けるため、各個人個人についてみれば確率的であるとはいいがたい面もあるが、全体的にみればその分布パターンには明らかに統計的な規則性が認められる。したがってこの場合も確率統計論的な観点からの究明が、1つの手掛かりを与えてくれる可能性はある。

以上のように、本研究では道路網上の交通量分布を主として確率論的な立場から考察していくが、単に理論の定式化だけに止まらず、その実用的な求解法をも合わせて検討しなければならない。またとくに交通量配分に対しては、経路探索の方法、ターンペナルティーの考え方、交通容量制約の導入方法など一般の交通量配分に共通した問題についても検討を必要とする。本研究では、これら付随した問題についても考察を加えることにした。

1.2 本研究の内容

交通流の分布現象に対する確率論的な解析方法として、本研究では基本的には次の2つの立場からの追究がなされる。その1つは第3、第4、および第5章で論じられるもので、交通流の分布パターンに関する微視的状态を基礎とした統計論的な考察であり、他の1つは第6章で論じられる交通流の挙動を確率過程として記述する考え方である。

本研究の内容をその配列順序に従って説明すると次のようである。

まず第2章では本研究の中心課題である道路網上の交通量分布解析に先立ち、道路網上の交通量分布に関する基本的な性質について述べる。すなわち本研究で取り上げられる交通流の基本的前提である交通流の平衡性、交通量と平均速度および交通密度の相互関係、交通容量とくに道路網容量の考え方を明らかにし、また道路網上における運転者の経路選択挙動のアンケート調査を通しての実態把握につとめた。

第3章では、トリップのOD分布を対象に、トリップのOD分布パターンに対応して、車を1台1台区別して考えたときの微視的状态というものを考え、この微視的状态の数が最大となるとき分布パターンを考えることによって、与えられた交通条件および道路条件のもとで、確率的にみてもっとも確からしい分布パターンを求める。さらにこの理論モデルを名古屋市内の実績OD交通量に適用することによって、その具体的な解法を示すとともに、適合性についても検討を加える。またこの理論モデルによるODパターンが、結果的には重力モデル構造を有していることを明らかにする。

第4章では、先の第3章のOD分布理論を拡張することにより、道路網上におけるOD分布パターンと配分パターンを同時に推定する新しいモデルを提案する。このモデルは現実の交通現象にみられるOD交通量と配分交通量との間の相互作用に注目したもので、道路網パターンの変化が交通流の分布パターンに与える長期的な影響の予測などに適用される。また、トリップの分布と配分ばかりでなく、トリップの発生、集中量をも変量として扱うことにより、道路網形態よりみた各ゾーンのアクセシビリティを計量化するモデルも提案する。

第5章では、先の第3章、第4章と同様に配分パターンに関する微視的状态というものに基礎をおいた確率論的な解析を行なう。

その結果確率最大化配分理論という新しい配分理論を提案し、その特徴を述べるとともにその具体的な解法を明らかにする。さらに現実との適合性を考えた結果、走行時間関数（交通量－走行時間曲線）や容量制限不等式を導入することにより、交通容量制約を考慮した確率最大化配分法を提案し、最近の新しい非線形計画法の援用

による実用的解法を紹介する。さらに交通量配分に付随した道路網上の経路探索の方法や、ターンペナルティの考え方についても検討を加える。またこの配分手法の1つの応用例として、有料道路の通行料金最適化の問題を取り上げる。

第6章では、道路網上の交通流分布を確率的現象としてみることにについては共通しているものの、前章までの議論とは全く異なった方向から考察する。すなわち、道路網上の車の移動状態を確率過程（吸収マルコフ過程）とみることによって、道路網の各区分ごとにある時刻における車の台数に関して、1階微分形で与えられる状態方程式を立て、これを連立で解くことにより、道路網の各区分の動的な交通密度や交通量の変化を求める。この配分理論はリアルタイム的な配分を目的としたものであり、交差点における信号の現示の影響も考慮できる大きな特徴をもっている。さらに本配分理論の適合性を検証するため、定常解ではあるが京都や名古屋の都心部街路網を対象とした適用例を示す。

最後の第7章では以上の研究の結果を整理し得られた結論を述べるとともに、残された問題点を明らかにする。

参 考 文 献

- 1) Campbell M. E. "Foreword to Highway Research Board
Bulletin 61," H. R. B. Washington D. C. 1952

第2章 考察の基礎となる交通流の特性

2.1 交通流の平衡性

人間の1日の行動を考えてみると、1人1人きわめて多様性に富み、誰1人として同一の行動をとっているものはいない。通勤・通学のような比較的定型的なパターンを示す交通においても、同一人物が毎日通勤するときには多少の時間的変動がみられるものであり、まして非日常的行動においては、時間的にも空間的にもまったく多様でとらえがたい。しかしながら、個人個人相当にゆれ動いている行動も、全体的にみた場合、一般的にある統計的な法則性の存在を認めることができるであろう。たとえば、ある任意の道路断面を通過する交通量は、毎日ほぼ定まった時間帯別変動をみせるし（図-2.1.1参照）、またある駐車場を利用する車の駐車時間分布は、利用する車が毎日変わっているにもかかわらずほぼ同じような分布形を示すことになる（図-2.1.2参照）。

交通現象にみられるこのような状態を、一般に交通流が平衡状態にあると呼んでおり、この平衡状態は通常24時間毎に繰り返されている。このような交通流における平衡性は、長期的には土地利用の変化、地域構造の変化あるいは人間の生活様式の変化とともに、徐々に変移していくものである。

ところで平衡性に関しては、交通の需要と供給との均衡関係より道路網上の交通流の平

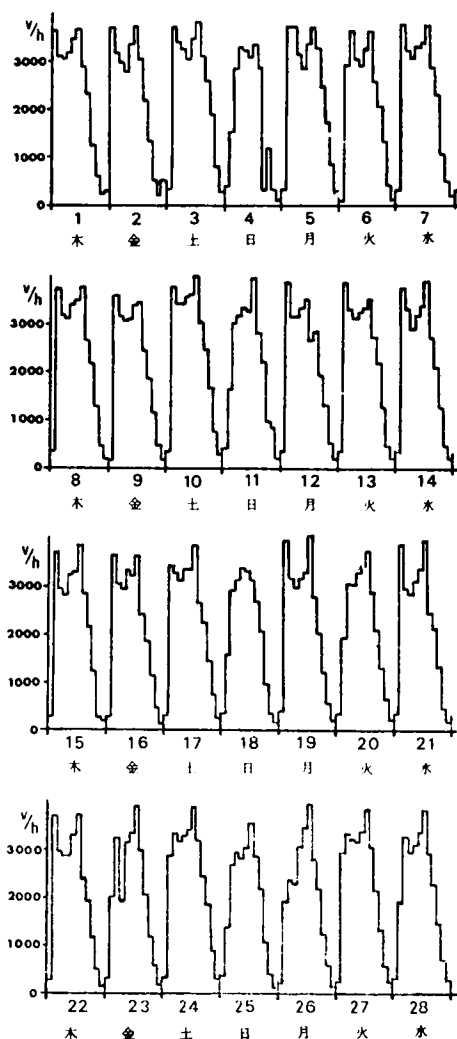


図2.1.1 名古屋市環状線昭和区阿由知通（北行き）常時観測時間交通量
昭和46年4月1日～28日

衡性を理論的に追究した研究が従

来から見られる。M. Beckmann

らが記述しているように¹⁾、2地

点を結ぶ2本の道路における交通

流の平衡性のメカニズムは比較的

理解しやすい。いま2本の道路の

うち、道路1は広幅員の道路で十

分な容量をもっているが、道路状

態は非常に悪い。一方道路2の方

は道路状態は非常に良いが、容量

が限られているとしよう。さてこ

のような2本の道路を自由に選択

できる状態で、交通流がどのよう

に分布するかを考えてみると、当

然のことながら各車はまず道路状

態の良い道路2を選ぼうとするで

あろう。しかし道路2を選ぶ車

が増えてくると道路が混雑し、走

行速度の低下をまねいて、次第に

交通条件が悪くなっていく。その

結果道路1を選択する車が現われてくる。しかし道路1に多くの車が転換してくる

と、再び道路2の交通条件が改善され、逆にまた道路2を選択するようになってくる。このような道路の評価値と交通流の相互関係は、やがて平衡状態に達し安定する。

とくに道路選択の評価値として走行時間のみを考え、かつ各運転者に道路網に関する完全な情報が与えられている場合、平衡状態においてはどちらの道路を利用しても走行時間が等しくなるように交通流が分布すると考えられる。これは J. G.

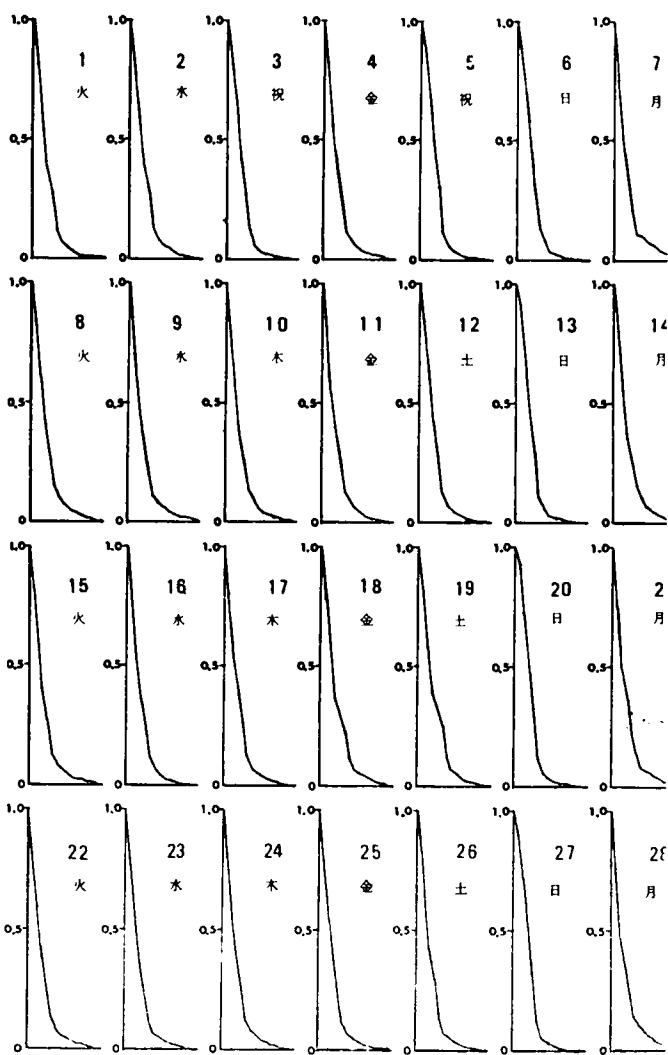


図 2.1.2 名古屋久屋駐車場駐車時間分布(超過頻度)昭和48年5月1日~28日

Wardrop によって提案された交通量配分原則の 1 つである等時間原則²⁾ そのものである。

このような道路上の交通流にみられる平衡性について、1924 年にすでに F.H. Knight³⁾ によって述べられているといわれているが、一般的な道路網となれば複雑になる。

M. Beckmannらは、道路網上の交通流の平衡性について理論的に検討し、その平衡条件を初めて定式化した。⁴⁾ この平衡条件はある種の最大化問題の解として与えられ、しかもこの目的関数が凹関数であることから、平衡状態を示す解が唯一だけ存在することが証明されている。一方 J. D. Marchland⁵⁾ や W. R. Blunden⁶⁾ らも交通流の平衡状態について触れているが、とくに J. D. Marchland は、平衡状態にある交通の OD パターンが重力モデルとなることを示している（なお第 3 章で述べる著者の交通量分布理論においても、同様の結論が導き出される。）。

以上の議論が道路網上における交通の需要と供給における均衡を問題にしているのに対し、統計力学の分野においては、粒子群の平衡状態における法則性が、確率統計論的な立場から究明され、A. G. Wilson⁷⁾ や J. A. Tomlin⁸⁾ らはこのような統計力学の中で用いられる数学的手法を援用して、車 1 台 1 台を区別してみたときの微視的状态の数というものをもとに、もっとも確からしい分布パターンを考えた新しい交通量分布モデルを提案している。これは交通流の平衡性に関するいわば確率論的解釈に基づいたものといえる。

2.2 交通量、速度、密度の相互関係

道路上の交通流の特性を表現するときに用いられる代表的な要素は、交通量、空間平均速度、および交通密度である。交通量というのはいうまでもなく、「道路上のある 1 点を単位時間に通過する車の台数」をいい、これは交通流の量的特性を表わすもっとも一般的な単位として知られている。交通量は単位時間のとり方によって、時間交通量（台／時）、日交通量（台／日）などが用いられる。次に速度はいわゆる車の走行速度で、実際には速度測定の方法の違いによって、いくつかの種類

の速度が定義できる。交通流としての平均速度を表わすものとしては空間平均速度が代表的なものである。これは「ある瞬間において一定区間上を走行中の車の平均速度」をいう。一方交通密度は、「ある瞬間に単位長さの道路区間上に存在する車の台数」をいい、単位としてはたとえば台／Kmなどが用いられる。空間平均速度および交通密度は、交通流のサービスの質を表わす代表的な単位である。

交通流を均質な流体としてみたとき、一般に交通量 Q （台／時）、空間平均速度 V （Km／時）、交通密度 K （台／Km）の間には

$$Q = V K \quad (2.2.1)$$

なる関係が成立する。この式は交通流の特性を表わす基本式として知られている。

次に実際の交通流にみられる速度－交通量、速度－交通密度、交通量－交通密度の関係について触れてみよう。

(1) 速度と交通量の関係

一般に交通量が増加するにつれて、その交通流の平均速度は減少する。この関係は交通密度の小さい状態から、次第に混雑が生じて最大交通量を示す密度（これを臨界密度という）に達するまでは成立する。しかしこの点を越えると、この関係はもはや成立しなくなり、交通量と平均速度の両方が交通密度の増加とともに減少しはじめる。

とくに臨界密度以下の範囲では平均速度と交通量の関係がまば直線で表わされることが知られている。Highway Capacity Manual（1965年版）⁹⁾によれば、各種の調査を組み合わせた膨大なデータから、平均車線交通量と運行速度の関係を道路種別ごとに図示している。その一例をあげると図－2.2.1に示すとおりである。

平均速度と交通量の関係は、道路条件や交通条件の違いによって道路ごとに変わった形を持つ。たとえば中央分離帯のある完全に入出制限された高規格の道路では重交通の状態のときには、低規格の道路の速度に比べて、より高い速度が維持されることを反映して、平均速度－交通量曲線がより平らとなること、あるいは、速度制限が実施されている道路区間では、低交通量のほうで速度制限によって正常な平

均速度が達せられないため、やはり平均速度—交通量曲線が平らとなることなどがH. C. Mで明らかにされている。またわが国の観測例では車種構成の影響が大きいことが明らかにされている¹⁰⁾ (図-2.2.2参照)。

市街地の道路区間で、信号機や沿道からの人や車の出入によって、交通流がしばしば中断されるため

平均速度と交通量の関係を検出することは、きわめて困難となる。J. G. Wardropは、ロンドン周辺における観測資料から、信号区間における平均速度—交通量曲線

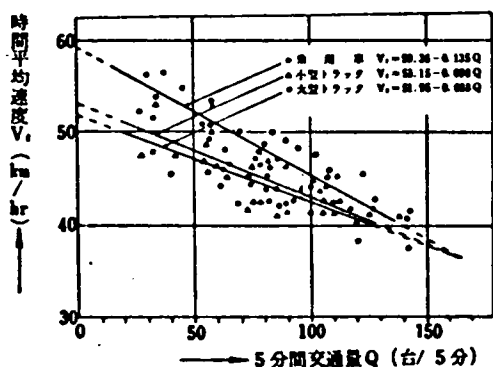


図 2.2.2 交通量と平均速度 (国道16号線)
(文献10)より引用)

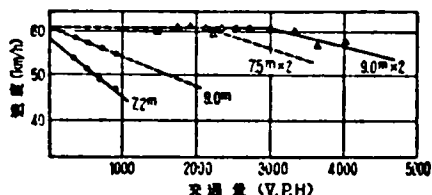


図 2.2.3 交通量と平均速度
(文献12)より引用)

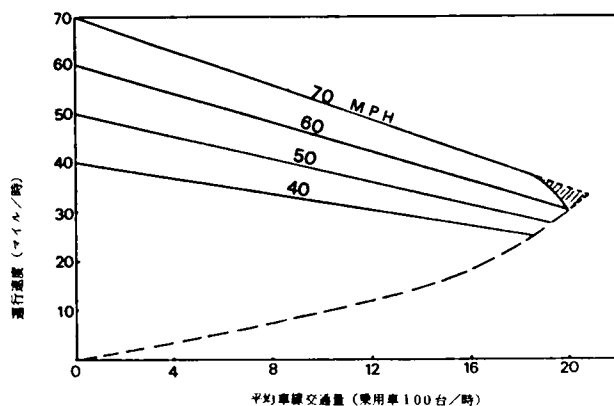


図 2.2.1 本県地方部道路における、理想的な中断のない交通条件下での、1方向の交通の運行速度と車線当りの交通量との間の典型的な関係
(文献9)より引用)

には、はっきりした屈折点のあることを明らかにした¹¹⁾。すなわち、この結果によれば、交通量の増加にかかわらず、速度低下をきたさない範囲があることになる(図-2.2.3参照)。¹²⁾

(2) 速度と交通密度の関係

速度と交通量の関係について先の論議の大部分は、そのまま速度と交通密度の関係にも応用できる、すなわち、速度と交通密度の関係は交通密度の小さい状態から臨界密度までの範囲で、交通密度の増加につれて速度が減少することでは、速度と交通量の関係と同様である。しかしながら、交通密度は臨界密度をこえても続けて増加するのに

対し、交通量の方は逆に減少する。したがって速度－交通量曲線では、同一の交通量に対して2つの速度が対応することになる。

速度と交通密度に関するもっとも古い研究の1つは、1934年 B. D. Greenshields がオハイオ州の地方部道路で行なった研究である¹³⁾。彼は1 mile 当りの乗用車の平均密度(K)と空間平均速度(V_s)の間に、次のような直線関係があることを示した。

$$V_s = \bar{V}_s - \left(\frac{\bar{V}_s}{K_j} \right) K \quad (2.2.2)$$

ここに、 \bar{V}_s : 密度零の場合の速度

K_j : 混雑によって交通流が完全に停滞する際の密度

一方、わが国の高速道路調査会が実施した調査によれば、次式を提案している¹⁴⁾。

$$V_s = a - b \log K \quad (2.2.3)$$

ここに、 a 、 b は道路によって決まる定数である。

一方 H. Greenberg は、交通流に流体力学を応用し、運動方程式と連続方程式とから理論的に速度－交通密度の関係を導いた¹⁵⁾。

$$V_s = a \log (K_j / K) \quad (2.2.4)$$

この式は、D. C. Gazis, R. Herman, R. B. Potts が非線形な追従理論から導きだした関係式とも一致している¹⁶⁾。また、この理論の妥当性は、ニューヨークのリンカーントンネルでの実測によって立証されている(図-2.2.4 参照¹⁷⁾)。

以上を示したように速度－交通密度に対して、いくつかの関係式が提案されているが、この関係式はいうまでもなく、道路状態、車種構成、運転者の属性などによって変化し、その観測についても技術的に色々の困難があるため、どの関係式がもっとも妥当であるかの判断はつかない。

(3) 交通量と密度の関係

交通量は、交通密度と速度の積で表わされるから、上述の速度と交通密度の関係式を与えることによって、交通量は密度の関数として表わすことができる。いま、速度と交通密度の関係式として、Greenshields の式、高速道路調査会の式、お

よびGreenbergの式を採用したときの交通量－密度曲線を図示すると、図－2.2.5のようになる。

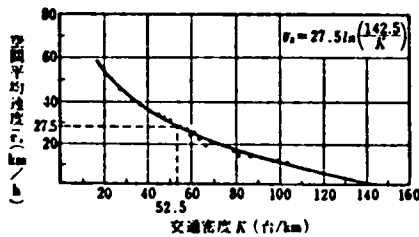


図 2.2.4 交通密度と平均速度（リンカーントンネル）
（文献17）より引用）

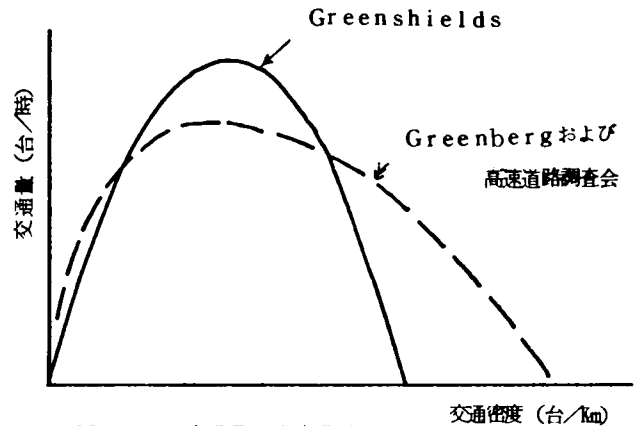


図 2.2.5 交通量－密度曲線

2.3 交通容量

交通容量とは道路のある地点を一定時間内に通過することのできる交通量の最大値であって、その地点における道路条件と交通条件によって、それぞれ個有の値をもつ。交通流を均質な流体とみたとき、交通量と交通密度の関係は先の図－2.2.5のように表わされるので、このときの交通容量はこの曲線の最大値を示す点で表わせる。したがって、このときの交通密度（臨界密度）から右側部分は、交通渋滞を示す範囲である。

一般に交通容量の算定方法として、まず道路および交通条件が全く理想的な状態^{注)}（現実には存在しないが）における交通容量というものを規定し、これをもとに実際の道路および交通条件による補正を行なって、現実に見られる道路の交通容量を算定する方法がとられている。すなわち前者に相当するのが基本交通容量（basic capacity）と呼ばれるものであり、一方後者は可能交通容量（possible capacity）と呼ばれている。したがって通常交通容量と呼ばれるのは、この可能交通容量をさすことが多いが、ただこの可能容量は道路施設によって、いわば物理

注) 車線幅員 3.5 m 以上、側方余裕幅 1.75 m 以上、こう配なく、視距十分、乗用車のみ、速度制限なしの状態をいう。

的に制約された最大交通量であって、この容量下においては、運転者に走行の自由度はほとんどなく、交通流に何らかの乱れが生じれば、これがただちに交通渋滞や交通事故の原因となってしまう恐れのある不安定な状態である。そこで道路計画における設計交通容量として考える場合には、このような余裕のない可能交通容量では不適当なので、新しくサービス水準なる概念を導入して、ある道路がそのときの交通状況において、運転者に提供しうるサービスの質によって、何段階かの計画水準を定め、その水準における交通量をサービス交通量と呼ぶことにしている。わが国ではサービス水準の高い順に、1から3までの3区分（計画水準3は可能交通容量に相当）に分け、¹⁹⁾ これらを各サービス水準における設計交通容量あるいは実用交通容量（Practical capacity）と呼んでいる。

以上のように一般に交通容量と呼ばれる概念は、ある程度幅をもった解釈がなされており、結局どの交通容量を用いるかということは、その使用目的の内容によって変わってくるといえる。これは交通量配分問題に対してもいえることで、たとえば、道路計画のための配分計算においては、サービス交通量という概念の方がより適切であるし、一方実際の交通現象の記述的モデルとしての配分計算には、可能交通容量の方が適切と考えられる。

ところで、次に交通容量を具体的に計量化しようとするとき、道路単路部における容量ならば比較的とらえやすいが、道路網としてのネットワーク容量となると複雑になってくる。なぜなら道路網容量の場合は、その上を流れる交通量のODパターンと無関係であり得ないからである。すなわち同一の道路網であっても、そのときのODパターンの与え方によっていろいろの容量を取り得る。

道路網上において指定された2地点の一種流（single-commodity flow）の場合については、ネットワーク問題の原型として古くから研究され、いわゆる minimum cut-maximum flow problem として解法が示されている。¹⁹⁾ 一方ODパターンが与えられた交通流のように多種流（multi-commodity flow）の場合は、研究例がきわめて少ない。三好、山村²⁰⁾ はODパターン一定のもとでの道路網容量をLP手法を用いて解く方法を提案している。この方法は与えられたO

Dパターンをもつフローに対する絶対最大容量を求めるものである。この方法は、LPの問題として解かれているため、大規模な道路網を対象とする場合、変数の数が増えて計算量が膨大となるが、この解法によれば、最大容量を示すときのフローまで与えられる。

一方西村は^{21) 22)}、道路網容量に対する実用的な近似計算法として、カット法と最短経路配分法を提案しており、前者は真の道路網容量の上限値として、また後者は下限値を与えるものとして位置づけている。西村の方法は、比較的単純な計算の繰り返しによって計算できるが、どのリンクが隘路になっているかを知ることにはできない。

上記の解法はすべて、与えられたODパターンでの絶対道路網容量を求めるもので、各OD間のフローの流れ方自体については何の制約もない。ところで、道路網を対象とした交通量配分の際、配分対象交通量が道路網容量を超過していないかどうかを、あらかじめチェックする必要があるが、このとき一般には、交通量配分は何らかの原則ないし法則性にもとづいて配分されるわけで、このときはフローの流れ方自体にも制約条件が加わってくるため、先に示したような絶対道路網容量より小さいところで容量に達してしまうはずである。

このようにODパターンだけでなく配分原則をも指定された場合の道路網容量の算定については、西村²³⁾および飯田²⁴⁾の研究があるが、ここでは次のような反復計算による道路網容量探索法を提案する。

- 手順1) 任意に与えた初期の総交通量 N_0 (ODパターンは一定)を所定の配分原則に従って道路網に配分する。
- 手順2) 各道路区間(以下リンクと呼ぶ)の容量 C_i と配分の結果得られたリンク交通量 q_i より q_i / C_i を各リンクについて計算し、その最大値を λ とする。
- 手順3) $N_1 = N_0 / \lambda$ とおき手順1)に戻る。
- 手順4) λ が1になるまで上の計算を繰り返し、 $\lambda = 1$ となったときの総交通量 N_i が与えられた道路網の容量となる。

2.4 運転者の経路選択挙動

道路網上における運転者の経路選択挙動はきわめて多様性に富み、多分に個性的な現象である。運転者の道路網上における経路選択に影響を及ぼす要因は、非常に多種多様にわたっているが、基本的にはルート（経路）の特性に関する要因、ドライバーの特性に関する要因、およびトリップの特性に関する要因との3つに分類して考えることができる。ルートの特性としては、具体的にはルートの所要時間、距離、混雑度、信号等による停止回数、快適性、安全性などがあげられるが、これらルートの特性が経路選択に与える影響の程度は、各運転者に対して必ずしも同一ではなく、運転者の性別、年齢、所得水準、運転時の心理状態などのドライバーの特性によって変化すると考えられる。さらに、同一の運転者に対しても、トリップの目的、トリップ長、トリップ頻度などのトリップの特性によって変化するものである。

このように運転者の経路選択挙動は、影響する要因が多く、しかもその中には計量化の困難なものまで含まれているので、経路選択のメカニズムを明らかにすることはなかなか容易ではない。したがって、これを実証的に調査、分析した研究例もきわめて少ない。

しかしながら道路網上における経路選択の問題は、実際の道路網を対象に、より現実の交通の流れに適合した交通量配分を行なおうとしたり、現在の大きな社会問題である道路混雑や排気ガスによる大気汚染を防止するための迂回指示、方向指示などの広域的な交通制御や交通情報システムの開発を考える上で、きわめて基本的な課題であるといえる。たとえば交通量配分の問題に限って話をすれば、道路網に交通量を配分するとき、各ODに対して何本の経路を考えておけばよいのかという問題、あるいは、複数本の経路に交通量を配分するとき、各経路への配分率を決定する経路の評価値を、どのような説明要因でしかもどのような関数形で表現するかという問題などは、基本的には運転者の経路選択挙動を十分把握した上で検討されるべきものである。

そこで、実際の経路選択挙動を把握するため、今回マイカー通勤者を対象にアン

25)
 ケート調査を実施した。調査の対象を通勤交通に限定した理由は、一般に通勤交通は他の目的の交通に比べて、経路選択の理由が運転者自身に十分認識されていること、また毎日の交通であるから、道路網上の経路に対して十分な情報を得ていること、さらに交通パターンが時間的にも空間的にも比較的安定していることによる。したがって通勤以外の目的の交通については今回の調査では除かれている。

さてこの調査は、名古屋市域外から名古屋都心部（中区全域、中村区、東区の各一部）へ車で通勤している運転者を対象とし、都心部に所在する事業所の中から、業種別、規模別に49の事業所を抽出し、これらの事業所に勤務する597名のマイカー通勤者に対して、昭和47年10月から11月にかけて実施したもので、その質問項目は、1.住所、2.性別、3.年令、4.職種、5.所得、6.自動車利用頻度、7.通勤時間、8.出勤時刻、9.経路選択理由、10.利用経路本数、11.ときどき経路を変える理由、12.経路を変えようとする判断する時点、の12項目である。

次に今回の調査で得られた結果を述べ、さらにこれに加えて、外国での同様な調査結果をも参考にしながら、運転者の経路選択挙動の実態について検討してみよう。

(1) 走行経路の選択理由

今回の調査では、あらかじめ用意した10項目の理由の中から、通勤ルートを選

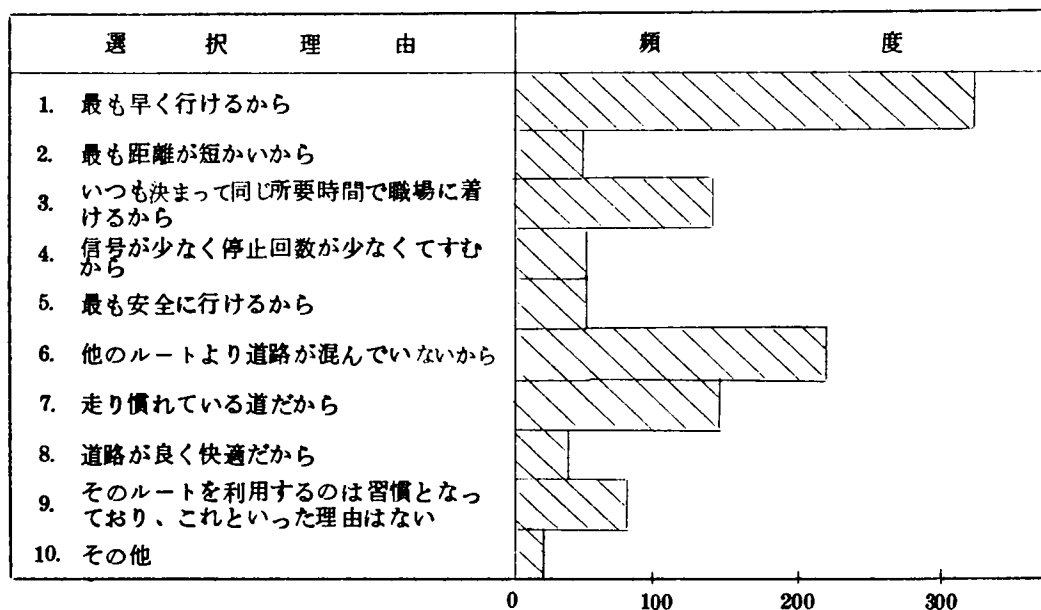


図 2.4.1. 経路選択理由（名古屋の場合）

択理由を質問したが、その結果は図-2.4.1に示すとおりである。ただしここでは回答に2つ以上の理由をあげることを認めている。それによれば、もっとも多い理由は、1 もっとも早くいけるから（318名）、ついで、2.他のルートより道路が混んでいないから（220名）、3.走り慣れている道だから（137名）、4.いつも決って同じ所要時間で職場に着けるから（135名）、の順となっており、経路選択において所要時間の理由をあげた者が一番多いが（53.3%）、圧倒的という

ほどではない。また各運転者が経路選択の理由としてあげた数をみると、図-2.4.2に示すように、2つ理由をあげた者がもっとも多く、また2つ以上理由をあげた者が過半数

（61.5%）を占めていることからわかるように、経路の選択理由はかなり各

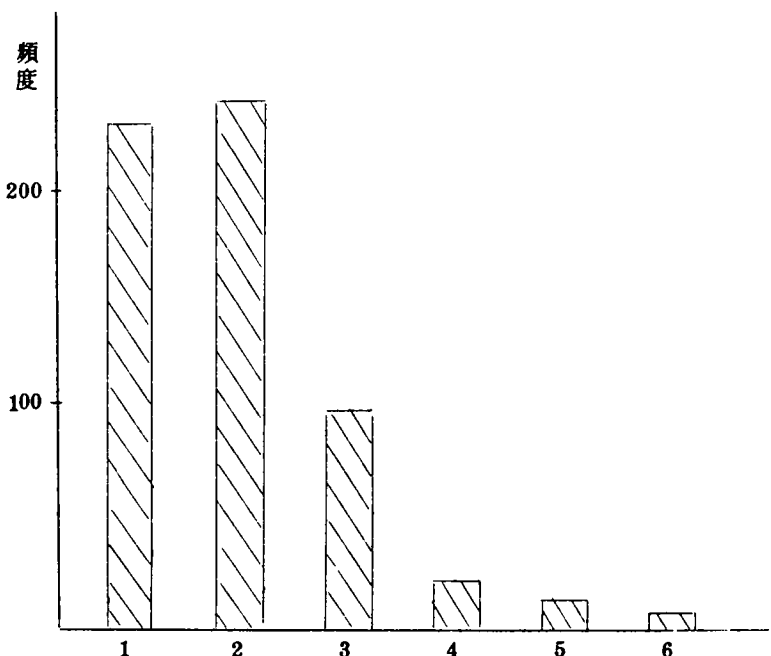


図 2.4.2. 経路選択の理由の数（名古屋の場合）

個人についてみても広範囲にわたっており、決定的要因といえるようなものはない。

図-2.4.3 および図-2.4.4 は、英国のニューキャッスルにおいて、およそ1300名のマイカー利用者（通勤および買物交通が対象）に対してアンケート調査した結果²⁶⁾ 得られた経路選択理由とその理由個数を示したものである。この結果は先に示したわが国での調査結果とほぼよく似た傾向を示している。また西独の5つの市におけるおよそ13,000人の運転者（通勤交通が対象）に対するアンケート調査²⁷⁾ では、経路の選択理由は、1.時間的に最短、2.距離的に最短、3.混雑していない、4.道路がよい、の順となっているし、また米国²⁸⁾ のシカゴにおける調査でも、交通

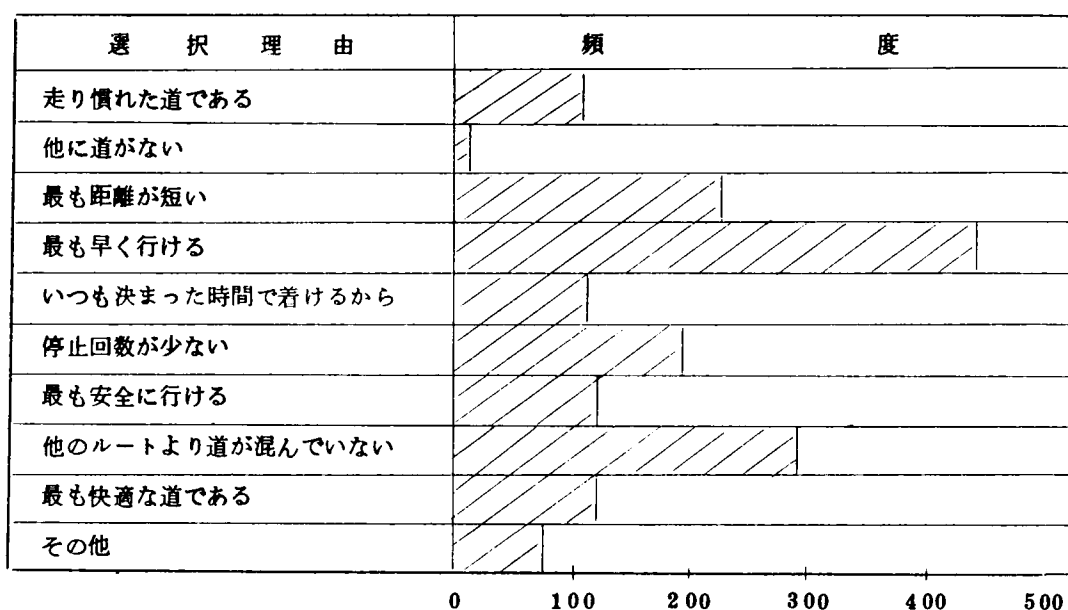


図 2.4.3 経路選択理由（ニューキャッスルの場合）

*文献 26) より引用

目的（通勤、社交、買物交通を対象）にほぼ無関係に、所要時間、混雑度、停止回数の3つの影響が強いことを報告している。

以上のように、経路選択理由については、ほぼ似たような調査結果が報告されているが、いずれにしても、圧倒的な決定要因といったものではなく、選択理由は個人属性によってかなり異なっていることがわかる。したがって、現在利用されている多くの交通量

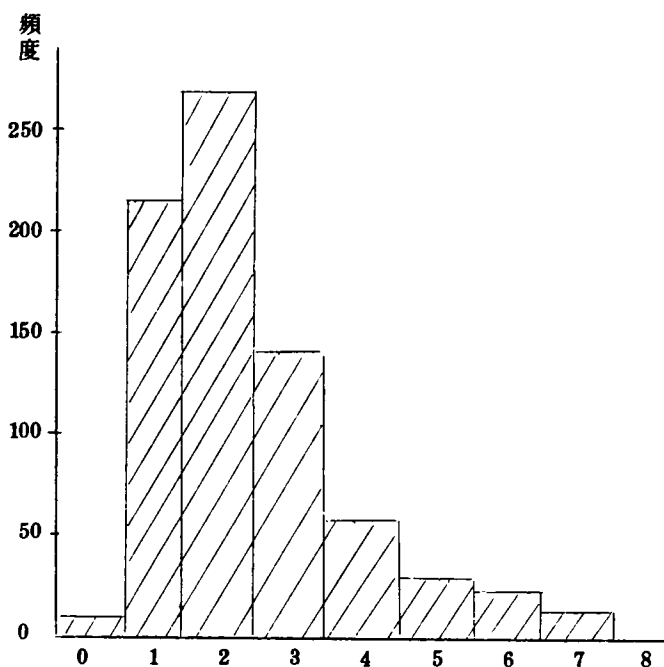


図 2.4.4 経路選択の理由の数（ニューキャッスルの場合）

*文献 26) より引用

配分手法が、経路をその所要時間のみによって評価し、配分を行なっていることに

については、今後検討の余地があるように思われる。

(2) 利用経路本数

今回のアンケート調査によれば、通勤時の利用経路本数は図-2.4.5に示すとおりである。すなわち、大多数の運転者（65.2%）は毎日決ったルートを利用し、次いで2本が14.7%、3本が13.2%となっている。

利用経路本数はトリップ頻度に多少影響を受ける傾向がみられ、たとえば、週に3日以上車を利用する人は、2本以上のルートを利用する比率が34%を占めるのに対し、週に2日以下の人は38

%と経路本数が若干増加している。さらにトリップ長もいくらか関係しており、一般にトリップ長が長くなるほど、経路本数が若干増加の傾向がある。しかしトリップ長が80分以上になると、また逆に減少している。

図2.4.6は英国のニューキャッスルでの利用経路本数についての調査結果であるが、ここでは、2ないし3本と答えている人が圧倒的に多い。またこの傾向はドライ

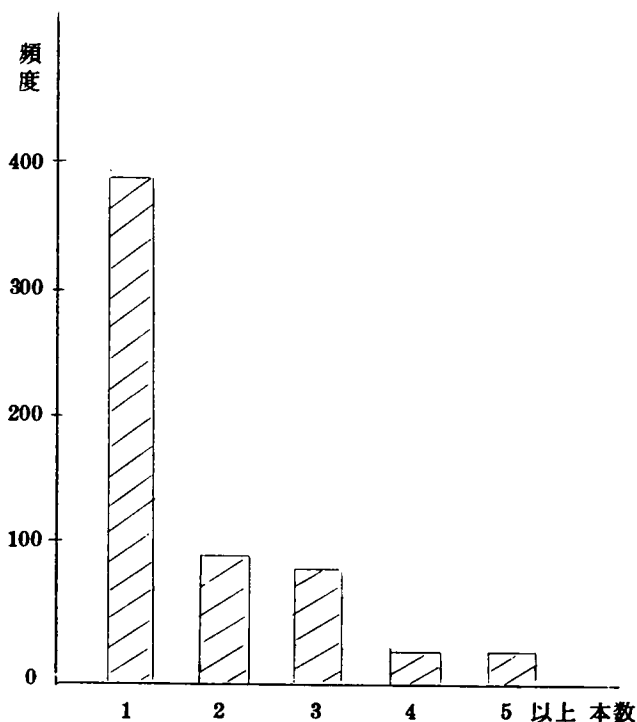


図2.4.5 利用経路本数（名古屋の場合）

バーの特性（性格や年齢）やトリップの特性（トリップ目的やトリップ長およびトリップ頻度）とは殆んど関係がないとしている。一方シカゴでの調査でも、多くのドライバーが通勤に対し1ないし2本の経路を利用していると報告している。

(3) 経路変更の理由

ときどき通勤経路を変えている人にその理由を聞いたところ、表-2.4.1に示すような結果を得た。すなわち、ほとんどの人が道路の混み具合によって経路を変更している。なおニューキャッスルの調査でも、およそ半分の人が交通混雑をさける

ため、別の経路を選択すると報告している。

(4) 経路変更の意志決定をする

時点

経路変更の意志決定をする時点について聞いたところ、表-2.4.2に示すような結果を得た。

すなわち、ほぼ4人のうち3人は車を運転中に経路変更を決めており、中でも道路の混み具合によって決める人が多いことを示している。なおニューキャッスルの調査では、車に乗り込む前に決める

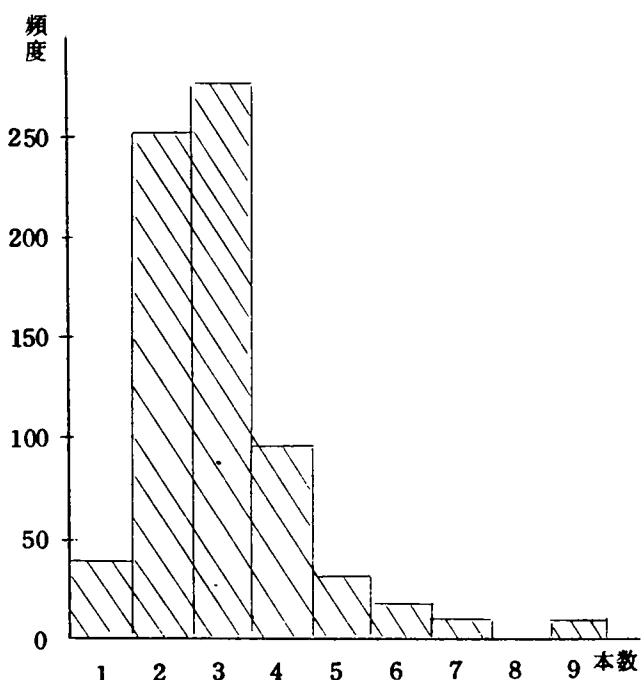


図2.4.6. 利用経路本数（ニューキャッスルの場合）

* 文献26) より引用

表-2.4.1 ルート変更の理由（名古屋の場合）

ル ー ト 変 更 の 理 由	比 率
1. 道路の混み具合によって変える	87.9%
2. 赤信号にかからないよう変える	1.9
3. 気分的なもので、これといった理由はない	9.2
4. その他	1.0

人がもっとも多く(69%)、ついで車に乗り込んだ直後が16%、車を運転中が15%となっており、今回の調査とは若干異なった傾向を示している。

表-2.4.2 ルートを変えようと判断する時点（名古屋の場合）

ル ー ト 変 更 の 時 点	比 率
1. 自宅を出る前に決めている	21.0%
2. 車を運転中、ラジオの交通情報を聞いて決める	7.6
3. 車を運転中、信号表示や案内標識によって決める	1.4
4. 車を運転中、道路の混み具合をみて決める	68.6
5. その他	1.4

(5) 経路評価の誤判

断

運転者の経路選択挙動をさらに複雑にしている原因は、運転者が何本かの経路の中から走行経路を選択すると

き、通常は、それら経路を比較評価するに十分な情報を、運転者自身持ち合わせていないという点である。通勤交通のように毎日の交通で、ある程度経験的に道路事情に詳しい知識を得ている場合でも例外ではない。これは経路の評価値がその時の交通事情によって、時々刻々に変化している現実を考えれば、当然誤って経路を選択するということは十分考えられることである。

このような経路評価の誤判断は、各運転者について追跡調査をすれば明らかになる。ところで、今回の調査ではこの追跡調査を実施できなかったの
で、ニューキャッスルでの調査結果を示すと、表 2.4.3 のとおりである。明らかなように、経路を距離で評価する場合が誤判断の確率がもっとも高い。

表 2.4.3 経路評価を正しく判断する割合
(ニューキャッスルの場合)

選 択 理 由	正 解 率
最も早いから	8 2.3 %
最も距離が短いから	5 9.8
停止回数が少ないから	7 7.1
他のルートより混んでいないから	7 1.3

* 文献 26) より引用

いずれにしても交通量配分を考
えるときたとえ経路評価関数を正しく決めたとしても、現実には経路評価を誤る運転者が存在するから、これらを如何に取り扱うかが、1つの大きな課題である。

なお、前に触れたように、従来の多くの交通量配分モデルは、経路選択の要因として所要時間だけを用いている。ただ対象道路網に一部有料区間が含まれているときは、所要時間だけで評価することは適当でないので、新たに走行コスト(通行料金や燃料費など)を加え、所要時間は時間価値を乗じて時間コストに換算し、結局この両者を加えた交通費用を選択要因ととる方法が採用されている。このほか快適性など他の要因を導入した例もあるが、その数は少ない。

一般に経路の評価基準として取り上げる要因は、理想的には前述した諸要因をできるだけ多く計量化し、評価基準の中に組み入れることが望ましいが、現実にはこれら諸要因の計量化の段階で種々の誤差が入りやすく、また諸要因の中には互に独立でないものも含まれているので、選択要因の数を増しても、交通量配分としての

精度が必ずしも良くなる保証はない。逆に要因の数をあまり多く取り過ぎると、誤差が重なり合って、かえって信頼度を低下させる危険性があることに注意したい。

ところで、経路の選択要因として所要時間が多く用いられているのには理由がある。それは、すでに明らかにしたように、実際の運転者の経路選択理由はきわめて多様性に富んでいるが、その中でたとえば経路の距離や走行コストは、道路網全体が同質（一部に高速道路や有料道路があったりしないこと）であるかぎり、所要時間とほぼ比例の関係にあるし、また快適性や混雑、停止回数なども所要時間（あるいは走行速度）ときわめて密接な関係があると考えられる。したがって所要時間がその他多くの要因の第1次近似としての役割を果たしていることを考えれば、所要時間によって経路評価値を代表させることにある程度の妥当性を見い出すことはできると思われる。

次に、経路の評価基準の取り方に関してもう1つの問題点がある。それはいま対象としている経路は、各経路の評価値の差をもって評価するのか、あるいは比をもって評価するのかという疑問である。一般には、対象とする交通のトリップ長が比較的短い場合は差を、また比較的長い場合は比を取ればよいとされている。たとえば2本の経路を考えたとき、それぞれの所要時間が5分と10分の場合と95分と100分の場合では、所要時間差が同じ5分であっても、その配分比は随分異なったものとなるであろう。常識的には、前者の場合所要時間の短い経路に大部分の交通が流れると考えられ、後者の場合はほぼ半々に分かれると考えられる。これは、経路評価値という物理的尺度と、われわれがこれから受ける感覚とは、必ずしも直線的な対応関係にないという経験から導き出せる結果である。

参 考 文 献

- 1) Beckmann M. , McGuire C. B. and Winsten C. B. : " Studies in the Economics of Transportation". Yale University Press , 1956
- 2) Wardrop J. G. : " Some Theoretical Aspects of Road Research" Proceedings Institute of Civil Engineers , Part 2 , 1952
- 3) Knight F. H. : " Some Fallacies in the Interpretation of Social Cost " , Quarterly Journal of Economics 38 , 1924
- 4) 前掲 1) に同じ
- 5) Murchland J. D. : " Some Remarks on the Gravity Model of Traffic Distribution and an Equivalent Maximization Formulation" , LSE-TNT-38 , London School of Economics , 1966
- 6) Blunden W. R. : " Indroduction to Traffic Science , " Traffic Engineering and Control , Vol. 8, No11 , 1967
- 7) Wilson A. G. : " Advances and Problems in Distribution Modelling ; Transportation Research , Vol. 4 , pp.1~18 , 1969
- 8) Tomlin J. A. and Tomlin S. G. : " Traffic Distribution and Entropy " , Nature Vol. 220 , pp. 974~976. 1968
- 9) " Highway Capacity Manual 1965 " , Highway Research Board. Special Report No. 87 , 1965
- 10) 伊吹山四郎 , 他 : " 道路交通工学 " , 金原出版 , 昭和39年10月
- 11) 前掲 2) に同じ
- 12) 高田弘 : " 交通容量 " 交通工学シリーズ No. 10 , 技術書院 昭和40年4月
- 13) Greenshields B. D. : " A Study of Traffic Capacity " , Proc. H. R B No. 14 , Part 1 , pp. 448~474 , 1934

- 14) 高速道路調査会：“道路の交通現象と容量”，pp.29～52，
昭和38年3月
- 15) Greenberg H.：“An Analysis of Traffic Flow”，
J. Operations Research Society of America, No. 1, 1959
- 16) Gazis D.C., Herman R. and Potts R.B.：“Car-Following
Theory of Steady State Traffic Flow”，
J. Operations Research Society of America, No. 4, 1959
- 17) 交通工学研究会：“交通工学ハンドブック”，技報堂 昭和48年5月
- 18) 前掲17)に同じ
- 19) Ford Jr. L. R. and Fulkerson D. R.：“Flows in Networks”，
Princeton University Press 1962
- 20) 三好逸二，山村信吾：“道路網における最大総トリップ数について”第23
回土木学会年次学術講演会概要集，第4部，pp.429-430
昭和43年10月
- 21) 西村昂，中村正治：“道路網の最大フローに関する一考察”，昭和43年
土木学会関西支部年次学術講演会概要集 昭和43年5月
- 22) 西村昂：“道路網の最大フローの存在範囲について”，第23回土木学会年
次学術講演会概要集，第4部，pp.431～432，昭和43年10月
- 23) 西村昂：“ODパターンと道路網容量に関する一考察”，第26回土木学会
年次学術講演会概要集，第4部 pp.183～184，昭和46年10月
- 24) 飯田恭敬：“道路網の最大容量の評価法について”，第26回土木学会年次
学術講演会概要集，第4部，pp.171～172，昭和46年10月
- 25) 松井 寛：“運転者の経路選択挙動について”，昭和47年度土木学会中部
支部研究発表会講演概要集，pp.165～166，昭和48年2月
- 26) Benshoof J. A.：“Characteristics of Drivers' Route

Selection Behavior", Traffic Engineering and Control, pp.604-606, 1970

- 27) Veberschaer M.H.: "Choice of Routes on Urban Networks for the Journey to Work", H.R.R. No 369, pp.228-238, 1971
- 28) Wachs M.: "Relationships between Drivers' Attitudes toward Alternate Routes and Driver and Route Characteristics", H.R.R. No.197, pp 70~87, 1967

第3章 確率最大化によるOD交通量推定法

3.1 概 説

人の1日の行動を考えてみると、たとえば通勤のようにかなり定型なものもあるが、一般には時間的にも空間的にも全く千差万別で、個人個人の人間の行動を予測することはきわめて困難である。にもかかわらず、交通というものを個々の人間の行動の集合体としてみた場合には、その動きには明らかにある統計的な規則性の存在が認められ、しかも個人個人の行動は相当にゆれ動くものであっても、全体的にみた場合にはある程度の信頼性をもってくる。現実の交通現象にみられるこのような法則性を、とくに交通パターンが平衡状態にあると表現されることもあるが、このような法則性の存在が実は交通の予測を可能にしているともいえる。

このような観点から考えると、たとえば確率統計論的な立場から、平衡状態にある交通パターンに内在する法則性を究明することは1つの手掛かりとなり得ると考えられる。本章ではこのような交通流の平衡性に注目して、主として確率統計論的な立場から交通量のOD分布パターンを論じることにする。

まず3.2では、本章で提案される交通量のOD分布理論の定式化に先立ち、従来のOD交通量推定モデルの分類とその特徴について概説する。ついで3.3では、統計論的エントロピーを導入することにより、与えられた道路条件および交通条件のもとで、確率的にもっとも起こりやすいOD分布パターンというものを考え、その結果OD分布に関する新しい推定モデルを提案する。このモデルは、前述のように統計論的エントロピーなるものが導入されているが、このようなエントロピーを援用したOD交通量推定モデルには、後述するように佐佐木綱教授によるエントロピー法、A. G. Wilsonによるエントロピー法などがすでに提案されており、これらと著者によるモデルとの間には、構造上いくつかの類似性がみられる。そこで3.4では、これら3つの手法の比較検討がなされる。また3.5では、名古屋市内14区間の乗用車によるOD交通量実績値を対象に、本モデルによる適用計算例が示され、モデルの具体的な解法を示すとともに、その適合性についての検討が加え

られる。

3.2 従来のOD交通量推定モデル

一般に将来交通量の予測は、発生集中交通量の推定、OD交通量の推定、交通機関別配分交通量の推定、および経路別配分交通量の推定の4段階を踏んで行なわれることが多い。この手順による推定方法をとくに4段階推定法と呼んでおり、各段階ごとに、それぞれ現在までに多くの推定モデルが提案されている。

このうち第2段階のOD交通量の推定とは、各ゾーンから発生した交通量が、どのゾーンに目的地をもつかを推定するもので、その方法は大きく分けて、直接モデルと間接モデルに分けられる¹⁾。

直接モデルは、トリップの両端ゾーンの交通発生力および吸引力を表わす経済指標とそのゾーン間の交通抵抗（たとえばゾーン間距離など）を用いて、OD交通量 X_{ij} を直接推定する方法である。

経済指標 $\rightarrow X_{ij}$

この方法には、（直接的）重力モデルや回帰モデルなどがある。

直接モデルは、発生集中交通量推定の段階を経ずに、直接OD交通量を各ODペアごとに独立に推定する方法であるから、予測の精度からみて、次に述べる間接モデルに比べて、かなり劣るといわれている。

一方、間接モデルは、各種の経済指標から、まず各ゾーンの発生交通量 U_i 、 V_j を用いて分布交通量 X_{ij} を推定する方法である。

間接モデルにおいては、求める X_{ij} が最初からOD分布に関する次の条件式、

$$\sum_j X_{ij} = U_i, \quad \sum_i X_{ij} = V_j \quad (3.2.1)$$

を満足することが期待できないので、これらの条件式を満足させるための収束計算を伴うのが一般的である。

経済指標 $\rightarrow U_i$ & $V_j \rightarrow X_{ij}$

↑
収束計算

本節では、現在までに提案されている代表的なOD交通量推定モデルを取り上げて、その特徴を述べてみたい。

説明の都合上、現在のOD交通量を表-3.2.1に、将来のOD交通量を表-3.2.2にそれぞれOD表の形で示しておく。

(1) 現在パターン法 (Present Pattern Method)

この方法は、現在のODパターンを尊重しながら、しかも将来の各ゾーンの発生、集中交通量と矛盾しないように将来のOD交通量を求めようとする方法で、これには成長率法とトリップポテンシャルモデルがある。

1) 成長率法 (Growth Factor Method)

現在のODパターンをもと

に、これに成長率を乗ずることによって、将来のOD交通量を求めようとする方法で、次のようなモデルに分けられる。

a) 平均成長率法 (Average Factor Method)

ij 間のOD交通量は、ゾーン*i*の発生交通量の成長率とゾーン*j*の集中交通量の成長率の平均値で伸びると考える。すなわち、最初の計算は、 $F_i = U_i/u_i$ 、 $F_j =$

V_j/v_j とおいて

$$X_{ij}^{(1)} = \frac{1}{2} (F_i + F_j) x_{ij} \quad (3.2.2)$$

表 3.2.1 現在OD表

O ^D	1	2	...	j	...	S	計
1	x_{11}	x_{12}	...	x_{1j}	...	x_{1s}	u_1
2	x_{21}	x_{22}	...	x_{2j}	...	x_{2s}	u_2
⋮	⋮	⋮		⋮		⋮	⋮
i	x_{i1}	x_{i2}	...	x_{ij}	...	x_{is}	u_i
⋮	⋮	⋮		⋮		⋮	⋮
r	x_{r1}	x_{r2}	...	x_{rj}	...	x_{rs}	u_r
計	v_1	v_2	...	v_j	...	v_s	x

表 3.2.2 将来OD表

O ^D	1	2	...	j	...	s	計
1	X_{11}	X_{12}	...	X_{1j}	...	X_{1s}	U_1
2	X_{21}	X_{22}	...	X_{2j}	...	X_{2s}	U_2
⋮	⋮	⋮		⋮		⋮	⋮
i	X_{i1}	X_{i2}	...	X_{ij}	...	X_{is}	U_i
⋮	⋮	⋮		⋮		⋮	⋮
r	X_{r1}	X_{r2}	...	X_{rj}	...	X_{rs}	U_r
計	V_1	V_2	...	V_j	...	V_s	X

から求め、2回目以後の計算は、 $F_i^{(n-1)} = U_i / \sum_j X_{ij}^{(n-1)}$, $F_j = V_j / \sum_i X_{ij}^{(n-1)}$ において

$$X_{ij}^{(n)} = \frac{1}{2} (F_i^{(n-1)} + F_j^{(n-1)}) X_{ij}^{(n-1)}, \quad n \geq 2 \quad (3.2.3)$$

から求める。この計算は、 $F_i^{(n)}$, $F_j^{(n)}$ が 1.0 に収束するまで繰り返し、 $X_{ij}^{(n)} = X_{ij}^*$ を求める解とする。

b) デトロイト法 (Detroit Method)²⁾

デトロイトの都市圏運輸計画で J. D. Carol らによって提案された方法で、次式によって反復計算が行なわれる。

$$X_{ij}^{(1)} = \frac{F_i \times F_j}{F} x_{ij} \quad (3.2.4)$$

$$X_{ij}^{(n)} = \frac{F_i^{(n-1)} \times F_j^{(n-1)}}{F^{(n-1)}} X_{ij}^{(n-1)}, \quad n \geq 2 \quad (3.2.5)$$

ここに、 $F = X / x$, $F^{(n-1)} = X / \sum_i \sum_j X_{ij}^{(n-1)}$ であり、この方法も、 $F_i^{(n)}$, $F_j^{(n)}$ がそれぞれ 1.0 に収束するまで a) と同様に計算が繰り返される。

モデルの構造がこのデトロイト法に似ているが、連立方程式によって解を求めるところに特徴のある新しい方法が最近提案されている³⁾。このモデルは、将来の O D 交通量の成長率を、便宜的に O D 表における各ゾーン発生交通に作用する項(λ_i)と、集中交通に作用する項(μ_j)とに分けて

$$X_{ij} = \lambda_i x_{ij} \mu_j \quad (3.2.6)$$

によって求めようとする方法である。したがって各 O D 交通量の成長率は λ_i と μ_j の相乗積によって定義される。

このモデルの特徴は、未知数 λ_i , μ_j を、結果として周辺分布の成長率を満足するように連立方程式から求めることである。デトロイト法との相違点は、デトロイト法では式(3.2.4)に示すように、各ゾーンにおける発生集中交通量の成長率そのものが既定定数として、直接分布交通量の構成にあずかるが、このモデルでは、周辺分布の成長率自体は直接モデルに関与せず、条件式として入ってくるだけである。

c) フレーター法⁴⁾ (Fratar Method)

T. J. Fratar によって提案されたこの方法は、ロケーションファクター (Location Factor) と呼ばれる新しい係数を導入している。これは、

$$L_i = \sum_j x_{ij} / \sum_j x_{ij} F_j \quad (3.2.7)$$

によって定義され、その意味はゾーン i に対して他のすべてのゾーンがもつ平均吸引力の逆数に相当するものである。

このとき将来分布交通量は次式によって求められる。

$$X_{ij}^{(1)} = F_i F_j \times \frac{L_i + L_j}{2} \times x_{ij} \quad (3.2.8)$$

$$X_{ij}^{(n)} = F_i^{(n-1)} F_j^{(n-1)} \times \frac{L_i^{(n-1)} + L_j^{(n-1)}}{2} \times X_{ij}^{(n-1)}, \quad n \geq 2 \quad (3.2.9)$$

ここに、 $L_i^{(n-1)} = \sum_j x_{ij}^{(n-1)} / \sum_j x_{ij}^{(n-1)} F_j^{(n-1)}$ で、この方法も、 $F_i^{(n)}$, $F_j^{(n)}$, $L_i^{(n)}$, $F_j^{(n)}$ が 1.0 に収束するまで計算が繰り返される。

フレーター法では、 L_i と L_j の平均値が毎回の反復計算ごとにとられるが、 L_i と L_j に関する収束計算をそれぞれ独立に並行して行ない、最後にその平均値を取る修正フレーター法も提案されている。⁵⁾ この方法はフレーター法に比べて収束速度が早いといわれている。

d) ファーネス法 (Furness Method)⁶⁾

この方法では、分布交通量の行和および列和に関する修正計算を、交互に行なう手順がとられる。

$$\left. \begin{aligned} X_{ij}^{(1)} &= F_j x_{ij} \\ X_{ij}^{(2n)} &= F_j^{(2n-1)} X_{ij}^{(2n-1)}, \quad n \geq 1 \\ X_{ij}^{(2n+1)} &= F_i^{(2n)} X_{ij}^{(2n)}, \quad n \geq 1 \end{aligned} \right\} \quad (3.2.10)$$

このとき、第 1 回目の計算を行和に関する修正計算から始めるか、列和に関する計算から始めるかによって (式 (3.2.10) は行和から始める場合を定式化したもの)、2通りの計算方法があるが、いずれをとっても、最終的には同一の解に収束することが証明されている。またその収束解は、先のデトロイト法による解に一致

し、しかもデトロイト法に比べて、計算量が約半分となることが明らかにされている。

II) トリップポテンシャルモデル⁷⁾ (Trip Potential Model)

このモデルでは、成長率の代わりに、ネットワークパラメーターなる概念が導入されている。

すなわち、現在交通量 x_{ij} は $u_i v_j / x$ を \bar{g}_{ij} だけ修正したものであると考え、次式より修正項 \bar{g}_{ij} を求める。

$$\bar{g}_{ij} = \frac{u_i v_j}{x} - x_{ij} \quad (3.2.11)$$

そこでつぎのようなネットワークパラメーター $\bar{\gamma}_{ij}$ を定義する。

$$\bar{\gamma}_{ij} = \frac{\bar{g}_{ij} x}{u_i v_j} \quad (3.2.12)$$

このパラメーターは将来も不変と考えて、将来の修正項 \bar{g}_{ij} を次式で与える。

$$g_{ij}' = \frac{U_i' \bar{\gamma}_{ij} V_j'}{x} \quad (3.2.13)$$

ここに

$$U_i' = U_i x / X \quad V_j' = V_j x / X \quad (3.2.14)$$

である。

よって将来交通量 X_{ij} は次式(3.2.15)と式(3.2.16)によって求める。

$$X_{ij}' = \frac{\{U_i' + U_i(g)\} \{V_j' + V_j(g)\}}{x + X(g)} - g_{ij}' \quad (3.2.15)$$

$$\text{ここに } U_i(g) = \sum_j g_{ij}', \quad V_j(g) = \sum_i g_{ij}',$$

$$X(g) = \sum_i U_i(g) = \sum_j V_j(g) \quad (3.2.16)$$

$$X_{ij} = \frac{X}{x} X_{ij}'$$

この方法では、推定されたOD交通量 X_{ij} が負数をとる場合がある。したがってそのための修正方法も提案されている。

上記の現在パターン法は、いずれもOD間の交通抵抗(所要時間、距離など)を必要とせず、また計算も比較的容易である。とくにトリップポテンシャルモデルで

は、発生集中交通量に推定のOD交通量を一致させるための繰り返し計算も必要としない。しかしながら現在パターン法の一般的な欠点として、対象地域全体の完全なOD資料を必要とし、また将来の交通抵抗の変化や土地利用パターンの変化が著しいと予想される場合には適用できないことがあげられる。したがって現在パターン法は、短期的な予測に適した方法であると言える。

(2) 重力モデル法 (Gravity Model)

交通の分布がもつ基本的な特性として、近距離間の移動頻度は高く、遠距離になるほど低くなるということ、および、ある地域において発生集中する交通の量は、その地域の経済活動に比例の関係にあることがあげられる。このような交通の現象を数学的に表現したものが重力モデルと呼ばれるものである。

1) Voorhees 型重力モデル⁸⁾

重力モデルと呼ばれるものは、現在までに多くの形のモデルが提案されているが、その代表的かつ一般的な形のモデルは、A. M. Voorhees によって開発されたモデルである。この一般型は次式で与えられる。

$$X_{ij} = U_i \frac{V_j f(D_{ij})}{\sum_j V_j f(D_{ij})} \quad (3.2.17)$$

ここに D_{ij} は i, j 間の所要時間ないしは距離を表わし、 $f(D_{ij})$ はその所要時間ないしは距離の影響の程度を決定する関数で、経験的に与えられる。多く用いられる関数型としては、

$$f(D_{ij}) = D_{ij}^{-\gamma} \quad (3.2.18)$$

がある。上式の γ の値は、現在OD表を用いて最小自乗法により決定し、これを将来も不変として用いる。重力モデルの場合も、計算されたOD交通量が、OD表の周辺分布の条件を満足する保証はない。したがってこれを修正するための収束計算が必要となる。

わが国で広く用いられる重力モデルの型として

$$X_{ij} = k \frac{U_i^\alpha V_j^\beta}{D_{ij}^\gamma} \quad (3.2.19)$$

がある。ここに k, α, β, γ は定数で、現在 OD 表から最小自乗法によって決められる。このとき $\alpha = \beta = 0.5$ としたとき、予測精度が比較的良好という研究例が報告されている。⁹⁾

ii) 米国道路局の重力モデル¹⁰⁾

上の Voorhees 型重力モデルでは、ゾーンペアとは無関係に、平均的な分布パターンが地域全体を支配すると仮定しているが、実際の OD パターンには、ゾーン間の特殊な結び付きがあって、必ずしもこの仮定が成立しない、アメリカの道路局 (U. S. Bureau of Public Roads) の開発した重力モデルは、ゾーンペアごとに調整係数 K_{ij} を用いるもので次のような式で表わされる。

$$X_{ij} = U_i \frac{V_j \cdot f(D_{ij}) \cdot K_{ij}}{\sum_j V_j \cdot f(D_{ij}) \cdot K_{ij}} \quad (3.2.20)$$

これは Voorhees 型重力モデルを修正したものであり、まず $K_{ij} = 1$ とし上式より現在の分布交通量を求め (ただし U_i の代わりに u_i , V_j の代わりに v_j を用いる), これで実績の OD 交通量 x_{ij} を割ったものを K_{ij} とし用いる。

この種の修正重力モデルとしては、ほかに相互作用モデル¹¹⁾がある。このモデルでは、交通抵抗因子の値とゾーン間交通量の関係を表わしたグラフを用いて交通量が計算される。

iii) 連立方程式モデル¹²⁾

この方法は、現在の OD 交通量に対する将来の OD 交通量の増加分を、発生ゾーンからの発生量の増分に比例する項と、吸引ゾーンへの集中量の増分に比例する項との和として表わすもので

$$X_{ij} = x_{ij} + \frac{\alpha_j}{D_{ij}} \Delta U_i + \frac{\beta_i}{D_{ij}} \Delta V_j \quad (3.2.21)$$

で表わされる。ここに、 γ は経験的に定められる定数であり、また α_j, β_i は各ゾーンからの OD 交通量の和がそのゾーンの発生量に等しく、また各ゾーンへの OD 交通量の和がそのゾーンへの集中量に等しいという条件式を連立させた $2n$ 元連立一次方程式を解くことによって決められる調整係数である。しかしながら、独立な条件

式は(2n-1)個しかないので、そこで2n番目の条件式として、増加集中量をわずかに増減すること(±0.3%)によって、新たな条件式を加えて解く方法が提案されている。

このモデルでは、負の交通量が求まることがあり、このような場合は、先のトリップポテンシャルモデルで用いられたのと同様な方法で、修正する方法がとられている。

なお式(3.2.21)の代わりに

$$X_{ij} = (\alpha_j U_i + \beta_i V_j) D_{ij}^{-\gamma} \quad (3.2.22)$$

と仮定して、同様に連立方程式によってOD交通量を求める方法も提案されている。

この他に重力モデル的構造をもったモデルとして、同時微分方程式法¹³⁾や静電気に関するクーロンの法則を応用した静電気モデル¹⁴⁾などがある。また最近では、重力モデルに関して理論的な考察もなされるようになり、人の行動を経済的効用の面から理論的に重力モデル法を導いた研究¹⁵⁾や、OD分布を確率的な立場からみて、もっとも起こりやすいOD分布パターンが重力モデル構造を示すことを導いた研究¹⁶⁾なども報告されている。

いずれにせよ、重力モデル法は、完全なOD調査を必要とせず、またゾーン間の所要時間の変化や土地利用の変化による影響を考慮することができるので、長期的な予測に適したモデルであるといえる。

(3) 確率モデル

確率に基礎をおいたいくつかのOD分布モデルが開発されている。

1) 介在機会モデル(Intervening Opportunities Model)¹⁷⁾

介在機会モデルはM. Schneiderによって開発され、シカゴやピッツバーグの都市圏交通計画に用いられた方法で、このモデルでは、トリップはできるだけ短いものが望まれ、前の目的地が受入れられない場合のみ延長されるという確率的な概念が用いられている。どの発生ゾーンに対しても、そのゾーンから発生する交通に対し、地域全体のすべての目的地について等しい受入れ確率(L)が与えられる。

このモデルでは、すべてのトリップ目的地(機会)は、発生ゾーンからの所要時

間距離に従って並べて考えられる。最初に考えられる目的地は発生ゾーンに最も近いもので、 L なる受入れ確率をもつ。次の目的地も同じ基本受入れ確率をもつが、実際には、最初の目的地に受入れられるトリップの分だけ減少する。この手順が発生ゾーンより次々と続く各目的地に適用され、その結果、ゾーン i に発生しゾーン j に吸収されるトリップ数 X_{ij} は

$$X_{ij} = U_i [e^{-LD} - e^{-L(D+D_j)}] \quad (3.2.23)$$

で与えられることになる。ここに、 D はゾーン j に優先するトリップ目的地数、 D_j はゾーン j 内の目的地数である。

このモデルでは、計算されたトリップ長分布が、実績の分布にあうまで、確率 L の値を変えて調整される。

ii) 競合機会モデル (Competing Opportunities Model)¹⁸⁾

競合機会モデルは、ペンジャージイの都市圏交通計画に適用すべく A. R. Tomazinis によって提案されたもので、まだ実用化には問題があるといわれている。このモデルの基本概念は、発生ゾーンからの所要時間または費用の等しい帯地を設け、各目的地(機会)がトリップを吸引しようと競合するという考えである。与えられた帯地では、個々の目的地は同じ受入れ確率をもつ。このような考えに基づいてゾーン i を出発し、ゾーン j に吸収されるトリップ数を、トリップを吸引する確率 P_{aj} と満足度を表わす確率 P_{sj} の積で与えられるとしている。

$$X_{ij} = U_i P_{aj} P_{sj} \quad (3.2.24)$$

ここに

$$P_{aj} = \frac{D_j}{\sum_{k=0}^m D_k} \quad (3.2.25)$$

で、ゾーン j 内の目的地の数 D_j を時間帯地 m を含むそれより近い地域内の目的地の数 $\sum_{k=0}^m D_k$ で割ったものであり、また満足確率は、

$$P_{sj} = 1 - \frac{\sum_{k=0}^m D_k}{\sum_{k=0}^n D_k} \quad (3.2.26)$$

で表わされるものである。ここに n は発生ゾーン i よりの最終時間帯地を示す。

このモデルは、計算されたトリップ長分布が実績の結果に合うまで、吸引帯地の幅を変えて調整される。

Ⅲ) エントロピー法^{19), 20)}

京都大学の佐佐木綱教授によって開発されたエントロピー法は、主として確率論的な立場から OD 交通量を究明したもので、対象とする交通の OD 分布特性に応じて、トリップの先験的な OD 分布確率を与え、次に示すような同時確率

$$\frac{X!}{\prod_{ij} X_{ij}!} \prod_{ij} (p'_{ij})^{X_{ij}} \quad (3.2.27)$$

を最大にすることにより、確率的にもっとも起こりやすい OD 分布を求めようとするものである。ここに p'_{ij} はトリップ分布の先験的な確率で、たとえば p'_{ij} として

$$p'_{ij} = \alpha u_i^* v_j^* D_{ij}^{-\gamma} \quad (3.2.28)$$

のような重力モデル式を仮定したとき (α, γ は定数)、式 (3.2.27) の対数を取り、整理した式として、

$$-\sum_i \sum_j u_i^* P_{ij} \log P_{ij} - \gamma \sum_i \sum_j u_i^* P_{ij} \log D_{ij} \quad (3.2.29)$$

が導かれる。ただし上式で

$$X_{ij} = U_i P_{ij} \quad (3.2.30)$$

$$u_i^* = U_i / X, \quad v_j^* = V_j / X \quad (3.2.31)$$

とおいている。ここに P_{ij} を i, j 間の OD 遷移確率、 u_i^* をゾーン i の相対的交通発生力、 v_j^* をゾーン j の相対的交通吸引力と呼んでいる。

また OD 表の行および列の和の性質である式 (3.2.1) に式 (3.2.30) および式 (3.2.31) を代入すると

$$\sum_j P_{ij} = 1, \quad \sum_i u_i^* P_{ij} = v_j^* \quad (3.2.32)$$

が得られる。よって問題は式 (3.2.29) を、制約条件式 (3.2.32) の下で最大化する P_{ij} を求めることになり、 P_{ij} が求まれば、式 (3.2.30) より OD 交通量が

求められる。このモデルがエントロピー法と呼ばれるのは、目的関数(3.2. 29) に、情報理論でいうエントロピーの形が現われるからである。

エントロピー法では、トリップのOD分布に関して先験確率を与える必要があるが、これをいろいろの形で経験的に与えることにより、都市高速道路網上のランプ間ODの推定などにも適用できることが明らかにされている。²¹⁾

最近では、A . G . Wilson²²⁾や、J . A Tomlin . S . G Tomlin²³⁾などが統計力学的なアプローチから考察した別のエントロピー法を提案している。

3.3 モデルの定式化とその解法^{24) 25)}

r 個の交通発生ゾーンと s 個の交通吸収ゾーンからなる地域を考え、この対象地域内に全体で N トリップの交通が分布する状態を考える。

さて、N トリップの交通が (r × s) 個の OD 間に分布するわけであるが、このとき、総走行時間がある任意の値 E を取るような分布の仕方の数を考えてみよう。このとき観念的には多くの分布の仕方が考えられても、それらが実際の交通現象として起こり得るものでなければ意味がない。よって分布の仕方の数を考える前提には、各車はそれぞれあらゆる OD ペアを確率的に選択し得るという条件が必要である。したがって、対象とする交通も、この条件を満足するものに限られ、たとえば通勤通学交通のようにその OD がほぼ固定化しているような交通に対しては、本モデルの適用は避けるべきである。

さて、トリップの OD 分布が確率的に取り扱える場合、車を 1 台 1 台区別して考えたとき、区別できるトリップの分布状態は一般に無数に与えられ、したがってその分布状態のうち、総走行時間がたまたま E となるようなトリップの組み合わせの数も、N と E が十分大きく、またゾーンの数も多いときには、たくさん存在すると考えられる。

そこで総走行時間が E となる OD 分布パターンに注目して、次に総走行時間 E を N トリップに分配する仕方の数 $W_N(E)$ を実際に求めてみると、トリップの分布に関して全く何の制約もない場合は、

$$W_N(E) = \frac{(E+N-1)!}{(N-1)!E!} \quad (3.3.1)$$

で表わされる数だけある。ただしEの値としては、整数値を取るように走行時間の単位を決めるものとする。

式(3.3.1)は次のように考えれば容易に理解できよう。²⁷⁾ すなわち、EはNトリップの交通による延走行時間であり、整数値を取るように決められているので、これを白球の数で表わし、E個1例に並べると考える。次にこれをNトリップに分けるということであるから、各トリップの取り分を区別するため、白球の列に黒球をはさんで区分を明らかにしたとする。このとき必要な黒球の数はN-1個である。したがって、球を1個1個区別しないときのEをNに分配する方法の数は、組み合わせの公式によって、式(3.3.1)で与えられることになる。

つぎに、Eの値が△Eだけ微小増加したときの値 $W_N(E + \Delta E)$ の変化を見るため、 $W_N(E + \Delta E)$ と $W_N(E)$ の比をとると

$$\begin{aligned} \frac{W_N(E + \Delta E)}{W_N(E)} &= \frac{(E + \Delta E + N - 1)! (N - 1)! E!}{(E + N - 1)! (N - 1)! (E + \Delta E)!} \\ &= \frac{(E + N)(1 + N/(E + 1))(1 + N/(E + 2)) \cdots (1 + N/(E + \Delta E - 1))}{(E + \Delta E)} \end{aligned} \quad (3.3.2)$$

となり、ここで $N \gg 1$ 、 $E \gg \Delta E$ として、Eおよび $E + \Delta E$ に比べて ΔE を省略すれば、

$$\frac{W_N(E + \Delta E)}{W_N(E)} = \left(1 + \frac{1}{E}\right)^{\Delta E} \quad (3.3.3)$$

と近似できる。ただし上式で $E/N = \bar{t}$ と置いており、 \bar{t} は1トリップ当りの平均走行時間である。

つぎに式(3.3.3)の両辺の対数をとれば、

$$\log W_N(E + \Delta E) - \log W_N(E) = \Delta E \log \left(1 + \frac{1}{E}\right) \quad (3.3.4)$$

となり、結局

$$\Delta \log W_N(E) = \gamma \Delta E \quad (3.3.5)$$

なる関係式が得られる。ただし上式で

$$\gamma = \log\left(1 + \frac{1}{i}\right) \quad (3.3.6)$$

と置いている。

つぎに見方を変えて、発生ゾーン i ($i = 1, 2, \dots, r$) と吸収ゾーン j ($j = 1, 2, \dots, s$) の各 OD 間にそれぞれ $N_{11}, N_{12}, \dots, N_{1s}, N_{21}, \dots, N_{2s}, \dots, N_{r1}, \dots, N_{rs}$ トリップずつ割り当てられる分布状態を考えよう。このとき車を 1 台 1 台区別して考えたときの、この分布の仕方の数 $z(E)$ は、やはり組み合わせの公式によって、

$$z(E) = \left(\frac{N!}{\prod_{ij} N_{ij}!} \right)_E \quad (3.3.7)$$

で与えられる。ただし N_{ij} の組は総走行時間 E と矛盾しない範囲で考えるものである。

ところで前述の $W_N(E)$ をこの式 (3.3.7) を用いて表わせば、式 (3.3.7) で与えられる分布を、 N_{ij} のおよそ可能なすべての組み合わせについて和をとればこれが $W_N(E)$ と一致するはずであるから、結局

$$W_N(E) = \sum_{N_{ij}} \left(\frac{N!}{\prod_{ij} N_{ij}!} \right)_E \quad (3.3.8)$$

なる関係式が成立する。

式 (3.3.8) の右辺で与えられる微視的状态 (車を 1 台 1 台区別して見たときの状態) がすべて等しい出現確率を持つと仮定すれば、この中から無作意に 1 つの分布状態を取り出すとき、式 (3.3.8) の右辺の最大項が取り出される確率をもっとも大きいこと、すなわち、そのときの分布状態がもっとも起こりやすいことは明らかである。とくに N が十分大きいときには、式 (3.3.8) の右辺の最大項によって $W_N(E)$ が置き換えられることが統計力学の中で明らかにされている。²⁸⁾ よって $z(E)$ の最大値を $Z(E)$ で表わせば、当然次式が成立する。

$$\frac{W_N(E+\Delta E)}{W_N(E)} = \frac{Z(E+\Delta E)}{Z(E)} \quad (3.3.9)$$

したがってさきの式(3.3.5)と上式より

$$\Delta \log W_N(E) = \Delta \log Z(E) = \gamma \Delta E \quad (3.3.10)$$

が成立する。

さらに上式の後半の関係式の両辺より $\Delta \log z(E)$ を引けば

$$\Delta(\log Z(E) - \log z(E)) = \Delta(\gamma E - \log z(E)) \quad (3.3.11)$$

が得られる。

式(3.3.11)において、 $z(E)$ が最大値 $Z(E)$ に一致すれば、左辺は 0 となりこのときは当然右辺についても

$$\Delta(\gamma E - \log z(E)) = 0 \quad (3.3.12)$$

がいえ、その結果、確率的にもっとも起こりやすい OD 分布パターンは、

$$\gamma E - \log z(E) \quad (3.3.13)$$

を最小化することによって与えられることになる。

ところで熱力学において、ある体系の熱力学的状態を記述する関数として、ヘルムホルツの自由エネルギーが存在する。いまこれを F という記号で表わせば、 F は次式によって与えられる。

$$F = E - TS \quad (3.3.14)$$

ここに E は系の内部エネルギー、 T は熱力学的温度、 S はエントロピーと呼ばれる。熱力学的な解釈によれば、自然界の諸現象は自由エネルギーを最小にするような方向に変化していくということである。とくに式(3.3.13)において、総走行時間 E を式(3.3.14)における内部エネルギー、 $\log z(E)$ をエントロピー S に対応させれば、式(3.3.13)と式(3.3.14)とは構造的に類似性の強いことが理解できる。

つぎに、発生ゾーン i の規準化された交通発生力を u_i 、吸収ゾーン j の規準化された交通吸収力を v_j 、また発生ゾーン i を出発した車が吸収ゾーン j に向かう

OD間の推移確率を P_{ij} で表わせば、 ij 間のOD交通量 N_{ij} は、

$$N_{ij} = N u_i P_{ij} \quad (3.3.15)$$

で与えられる。

また ij 間の走行時間を t_{ij} で表わせば、当該地域の N トリップによる総走行時間は、

$$E = \sum_i \sum_j N_{ij} t_{ij} = N \sum_i \sum_j u_i P_{ij} t_{ij} \quad (3.3.16)$$

と書ける。

同様に式(3.3.13)の第2項は、スターリングの近似公式 ($\log x! \doteq x \log x - x$)

を用いれば、つぎのように書き直せる。

$$\log z(E) = -N \sum_i u_i \log u_i - N \sum_i \sum_j u_i P_{ij} \log P_{ij} \quad (3.3.17)$$

したがって確率的にみてもっとも起こりやすいOD分布パターンは、式(3.3.17)を発生および吸収交通量に関する制約条件式

$$\sum_i u_i = 1, \quad \sum_j v_j = 1 \quad (3.3.18)$$

およびOD分布に関する制約条件式

$$\sum_j P_{ij} = 1, \quad \sum_i u_i P_{ij} = v_j \quad (3.3.19)$$

のもとで最小化することによって求められる。これは数学的にはラグランジュの未定乗数法によって解かれる。

この方法によれば、OD分布パターンばかりでなく、各ゾーンの発生集中交通量 (u_i および v_j) までも同時に求めることが可能となるが、現実の交通の発生および集中のメカニズムを考えてみると、各ゾーンの発生および集中交通量は、主としてそのゾーンの土地利用や経済活動などによって大きく支配されるものであり、したがって交通の発生および集中を、確率的現象としてとらえることは適当ではない。

各ゾーンの発生集中交通量を、当該ゾーンの土地利用や経済活動に関する指標から別に推定しておき、これを外生的に与えて解いた方が、より精度の高いOD交通量推定が可能となるであろう。

このときは、 u_i および v_j の値が既知となるから、問題は次式で与えられるラグランジュ関数 R を解けばよいことになる。

$$R \equiv \gamma \sum_i \sum_j u_i P_{ij} t_{ij} + \sum_i \sum_j u_i P_{ij} \log P_{ij} \\ + \sum_i \mu_i \left(\sum_j P_{ij} - 1 \right) + \sum_j \varphi_j \left(\sum_i u_i P_{ij} - v_j \right) \quad (3.3.20)$$

ここに、 μ_i ($i=1, 2, \dots, r$)、 φ_j ($j=1, 2, \dots, s$) はラグランジュの未定乗数である。上式から P_{ij} を求めるため、 $\partial R / \partial P_{ij} = 0$ 、 $\partial R / \partial \mu_i = 0$ 、 $\partial R / \partial \varphi_j = 0$ と置き、この連立方程式を解くと、

$$P_{ij} = \alpha_i \beta_j \exp(-\gamma t_{ij}) \quad (3.3.21)$$

$$\alpha_i = e / \sum_j \beta_j \exp(-\gamma t_{ij}) \quad (3.3.22)$$

$$\beta_j = e v_j / \sum_i \alpha_i u_i \exp(-\gamma t_{ij}) \quad (3.3.23)$$

が得られる。ただし、ここで $\alpha_i = \exp(-\mu_i/u_i)$ 、 $\beta_j = \exp(-\varphi_j)$ と置いている。

解は次に示す手順により、収束計算によって求められる。

手順 1) γ を与える。

手順 2) β_j を仮定して、式 (3.3.22) より α_i を求める。

手順 3) この α_i を用いて、式 (3.3.23) より β_j を求める。

手順 4) α_i, β_j がそれぞれ一定値に収束するまで手順 2) ~ 3) を繰り返す。

手順 5) 収束した α_i, β_j を用いて P_{ij} を求める。

手順 6) OD 交通量は、上で求めた P_{ij} を用いて式 (3.3.15) によって与えられる。

このようにして求められた OD 分布パターンが、重力モデル構造を有していることを次に示そう。

さきの式 (3.3.21) と式 (3.3.23) とから β_j を消去すると

$$P_{ij} = \alpha_i v_j \exp(-\gamma t_{ij}) / \sum_i \alpha_i u_i \exp(-\gamma t_{ij}) \quad (3.3.24)$$

となり、上式でさらに

$$\alpha_{ij} = \alpha_i / \sum_i \alpha_i u_i \exp(-\gamma t_{ij}) \quad (3.3.25)$$

とおくと、結局式 (3.3.15) で与えられる OD 交通量は、

$$N_{ij} = N \alpha_{ij} u_i v_j \exp(-\gamma t_{ij}) \quad (3.3.26)$$

で表わせる。すなわち、交通量の分布状態を確率的にとらえたとき、もっとも確からしい分布パターンが、ゾーン間の走行時間の影響の程度を決定する関数として指数形を用いた重力モデル構造を有することが明らかとなった。これは、人の行動を経済的効用の面から理論的に重力モデル法を導いた研究²⁹⁾や、重力モデル法がある種の最大化問題から導けることを示した研究³⁰⁾などと並んで、非常に興味のある結論である。

最後に、走行時間 t_{ij} に係る定数 γ について触れておこう。すなわち、このモデルにおいて、定数 γ は非常に興味のある性質を有している。式 (3.3.13) において $\gamma = 0$ と置けば、式の第 1 項が消え、第 2 項 (これを熱力学にちなんでエントロピーと呼ぶことにする) だけを最大化することになる。これは各ゾーンからの交通量がすべての方向に等分に分布することを意味する (これは容易に確かめられる)。一方逆に γ が大きくなると、式 (3.3.13) の第 1 項が第 2 項に比べて支配的になり、いわゆる総走行時間最小化という輸送計画的な分布状態を示すことになる。実際の OD 分布パターンは、この中間に位置すると考えられる。なお収束計算の際、実際に用いる γ 値の決定方法については後述する。

3.4 佐佐木のエントロピー法およびウィルソンのエントロピー法との比較

エントロピーの概念が交通の分野に導入された例は、すでにいくつかの研究によって紹介されている。古くは、昭和 35 年の平原による新旧 2 道路の利用率に関する研究がある。³¹⁾これは新旧 2 道路を選択する確率がもつ情報量を情報理論的エントロピーとして与え、さらに各道路の所要時間を与えたときの平均所要時間当たりのエントロピーを最大にすることによって、2 道路間の配分問題を解いている。このほか、この研究をさらに拡張して、所要時間以外に走行経費、快適性、積荷の保護の 4 つの情報を与えて、新旧 2 道路の利用率を求めた藤森の研究がある³²⁾。さらに、

対象を多数のゾーンから成る地域に取り、その地域内のOD交通量の推定と、道路網を与えたときにこれらのOD交通量がどのように流れるかを、やはりエントロピーを用いて求めた香川の研究があげられる³³⁾。

以上の研究は、いずれも情報理論のアナロジーとして、情報伝送率を最大にすることから解を求めている点に共通性がある。ただ香川の場合は、前の平原や藤森と違って、全走行車についての考えられる運行状態の個数から導いた、いわば統計論的エントロピーを導入している点で、単なる情報理論の模倣でない論理性がみられる。

しかし、情報伝送率は情報理論では具体的な意味をもつものであるが、これを交通量分布に応用した場合に、何を意味するかが不明瞭で、目的関数の理論的根拠の乏しい点が、これらのモデルの問題点とされている。

一方、佐佐木が提案したエントロピー法、およびA.G.Wilsonが統計力学的なアプローチから考察したエントロピー法は、理論的にも優れた手法で、とくに、本章で著者によって提案された確率最大化によるOD交通量推定モデルとも密接な関係をもっている。そこで、まず佐佐木のエントロピー法、Wilsonのエントロピー法についてその概要を説明し、次に著者のモデルとの関連性について検討してみよう。

(1) 佐佐木のエントロピー法^{34) 35) 36)}

京都大学の佐佐木綱教授によるエントロピー法は、主として確率論的な立場からOD交通量を究明することによって開発したOD交通量推定手法である。

いま、交通発生ゾーンが r 個、吸収ゾーンが s 個あるものとし(これらのゾーンは、重複してもよいし、全然重複しなくてもよい)、各交通発生ゾーン発生量を U_1, U_2, \dots, U_r 、各吸収ゾーンの集中量を V_1, V_2, \dots, V_s とする。

また、総発生量と総集中量とは等しく X とする。すなわち、

$$X = \sum_i U_i = \sum_j V_j \quad (3.4.1)$$

また発生ゾーン i から吸収ゾーン j へのOD交通量を X_{ij} とすると

$$\sum_j X_{ij} = U_i \quad \sum_i X_{ij} = V_j \quad (3.4.2)$$

が成立する、一般にOD交通量推定の問題は、周辺分布 U_i ($i = 1, 2, \dots, r$), V_j ($j = 1, 2, \dots, S$), を与えてOD交通量 X_{ij} を求めよということである。
いま,

$$X_{ij} = U_i P_{ij} \quad (3.4.3)$$

とおき、 P_{ij} はゾーン i から j への推移確率と定義する。また

$$u_i = U_i / X, \quad v_j = V_j / X \quad (3.4.4)$$

とおくと、さきの式(3.4.2)は

$$\sum_j P_{ij} = 1, \quad \sum_i u_i P_{ij} = v_j \quad (3.4.5)$$

と置き換えられる。よって問題は、条件式(3.4.5)を満足する P_{ij} の中で適当な組を求めよということである。一般に式(3.4.5)を満足する P_{ij} の組は無数にあるが、佐佐木のエントロピー法では、その中で次に示すトリップの同時確率

$$\frac{X!}{\prod_{ij} X_{ij}!} \prod_{ij} (p'_{ij})^{X_{ij}} \quad (3.4.6)$$

を最大にする P_{ij} の組を求めている。

ここに p'_{ij} はトリップ分布に関する先験的な確率で、たとえば p'_{ij} として、

$$p'_{ij} = \alpha u_i v_j \exp(-\gamma t_{ij}) \quad (3.4.7)$$

を仮定したとき (α, γ は定数, t_{ij} は i, j 間の時間距離), 式(3.4.6)の対数を取り、さらにスターリングの近似公式 $(\log x! : x \log x - x)$ を用いて整理した結果

$$R \equiv -\sum_{ij} u_i P_{ij} \log P_{ij} - \gamma \sum_{ij} u_i P_{ij} t_{ij} \quad (3.4.8)$$

が導かれる。よって式(3.4.6)を最大にすることは、式(3.4.8)を条件式(3.4.5)のもとで最大化することと同値となる。このモデルがエントロピー法と呼ば

れるのは、同時確率の対数をとった目的関数（3.4.8）の第1項に、情報理論でいわれるエントロピーの形が現われるからである。

佐佐木のエントロピー法では、トリップのOD分布に関して先験確率を与えることが特徴的で、これをいろいろの形で経験的に与えることにより、たとえば都市高速道路網上のランプ間ODの推定³⁷⁾などにも適用できる適用範囲の広い手法である。

(2) Wilsonのエントロピー法^{38) 39)}

A. G. Wilson は統計力学的なアプローチから、別のエントロピー法を提案している。

すなわち、対象地域に全体でXトリップの交通が、それぞれのOD間に（ $i=1, 2, \dots, r, j=1, 2, \dots, s$ ）ずつ分布する状態を考える。このとき車1台1台を区別して考えたときの、考えられるトリップの組み合わせ（統計力学では、これを微視的状态と呼んでいる）の数は、

$$\frac{X!}{\prod_{ij} X_{ij}!} \quad (3.4.9)$$

で表われる。

Wilson のモデルでは、目的関数として、上式（3.4.9）の代わりにその対数をとったものが最大化されるが、このときやはりスターリングの近似公式が利用できて、結局

$$-\sum_{ij} u_i P_{ij} \log P_{ij} \quad (3.4.10)$$

を最大化すればよいことになる。ただ、制約条件は先の式（3.4.5）のほか、新しく全交通量による総交通費用一定の制約式

$$\sum_{ij} X_{ij} C_{ij} = C \quad (3.4.11)$$

が導入されているのがWilsonのエントロピー法の特徴である。ここに、 C_{ij} はゾーン*i*から*j*へ走行するに要する費用、Cは総交通費用である。

佐佐木のエントロピー法、Wilson のエントロピー法、および著者のモデルは、いずれも確率論的な立場から、もっとも起こりやすいトリップのOD分布パターンを求めようとする方法で、いずれもエントロピーを含む目的関数を有したモデルであるという点で共通性をもっている。もともと目的関数を有したOD交通量推定モデル自体非常にめずらしいもので、現在までに開発されている多くのモデルの中でもこの3つだけである。この点からも上記3モデルは非常に特徴のあるモデルである。

ところで、上の3つのモデルの最大の相違点は、それぞれOD交通量を求めるための目的関数の誘導方法がそれぞれ異なっていることである。佐佐木のエントロピー法では、トリップ分布に関する同時確率が最大化され、しかもトリップ分布に関して先験確率が導入されているのが特徴である。先験確率といういわば経験式を導入することによって、現在のところ佐佐木のエントロピー法は、他の2つのエントロピー法に比べてもっとも適用範囲が広い。一方Wilson のエントロピー法は、総交通費用一定の仮定のもとで、トリップの車1台1台区別したときの組み合わせの数を直接目的関数に取ったもので、その基本的な考え方は、統計力学で用いられる数学的手法に基づいている。ただ総交通費用一定の仮定が、現実の交通現象に対して成立するかどうかについては、なお疑問の残るところである。一方著者のモデルは、Wilson のモデルと同様に総走行時間（Wilson の場合は、より一般的に総交通費用が取られている）が重要なファクターとして導入され、確率的にみてもっとも起こりやすいOD分布パターンが具備すべき必要条件としての意味をもつ目的関数が定式化されている。ただ著者のモデルは、Wilson のモデルと異なって総走行時間一定の条件を直接用いていないので、総走行時間を固定化して考える必要はなく、またモデルの定式化にあたって、先験確率のような経験式を与える必要のない点で、佐佐木のエントロピー法とも異なっている。しかしながら、佐佐木のエントロピー法で先験確率として式(3.4.7)を仮定した場合は、目的関数が著者のモデルと符号が異なるだけで完全に一致することは注目すべき点である。いずれにしても以上の3つのエントロピー法は、定式化の方法が異なるこそすれ、得られる

解は完全に一致することは明らかである（ただし佐佐木のエントロピー法は先験確率として式（3.4.7）を仮定した場合にかぎる）。

交通量分布理論の定式化にみられる基本的な相違点は以上のとおりであるが、このほか具体的な解法の面においても、佐佐木のエントロピー法、Wilsonのエントロピー法、および著者のエントロピー法には、多少の相違がみられる。それは走行時間に係る定数 γ の値の決定方法である。

佐佐木のエントロピー法においては、パラメーター γ は先験確率の中で仮定されるものであり、したがって先験確率の仮定の仕方によっては、2つ以上のパラメーターが導入されることがある。たとえば都市高速道路のランプ間のOD交通量推定のために導入された先験確率は、 u_i をオンランプ i の規準化した流入量、 v_j をオンランプ j の規準化した流出量、 t_{ij} をランプ $i \rightarrow j$ 間所要時間、 t_{ij}^0 をランプ $i \rightarrow j$ 間で高速道路と競合する平面街路の所要時間としたとき、

$$p_{ij}' = \alpha u_i v_j t_{ij}^{\beta} \exp(-\gamma t_{ij}) (t_{ij}^0/t_{ij})^{\delta} \quad (3.4.12)$$

で与えられ、このときの t_{ij} に係るパラメーターは β と γ と δ である。佐佐木のエントロピー法では、これらのパラメーターは実績のOD交通量の適合性を考慮して決めるものとされており、具体的には最小自乗法によってパラメーターの値を求めている。一方著者のエントロピー法においては、パラメーター γ は式（3.3.6）によって定義されるものである。したがってトリップの平均走行時間 \bar{t} が与えられれば式（3.3.6）から γ が一意的に決定できそうであるが、式（3.3.6）で表わされる γ と \bar{t} との関係式は、 t_{ij} が0から無限大までの値をほとんど連続的に取る得る場合で（そのためにはゾーンの数が無数に存在しなければならない）、しかもOD分布に関して何の制約もない場合にのみ成立するもので、現実には式（3.3.6）の関係が崩れている。したがって実際の計算においては、やはり γ に適当に仮定して計算を行なうことになる。ただ著者のエントロピー法では、 γ の値と \bar{t} の値および適合度の関連性を検討した結果（次節の計算例参照）、実績より得られた平均走行時間 \bar{t} を用いて、反復計算による γ の決定を提案している点が佐佐木のエントロピー

法と異なっている。

一方Wilsonのエントロピー法では、 γ に相当するものは、総交通費用一定の制約条件式に係るラグランジュの未定乗数として定義づけられるものであり、その値の具体的な決定方法については、彼の論文の中では論じられていない。

3.5 適用例

確率最大化によるOD交通量推定は、与えられた道路条件および交通条件のもとで、確率的にもっとも起こりやすいOD分布パターンを求めるものであって、これが実際のODパターンを適確に表わしうるかどうかは全く別の問題である。したがってこの推定モデルを実際の問題に適用し、その適合性を検討することは、この推定モデルの有用性を決定する決め手となるであろう。そこで、名古屋市内の14区ゾーン間の全乗用車によるOD交通量を例に取って適用計算を行なってみた。

表-3.5.1, 表-3.5.2, 表-3.5.3はそれぞれ昭和36年, 40年, 43年の名古屋市内の乗用車による実績OD表から得られた単位OD表である。ただし、同一ゾーン内相互の交通は、走行時分(この計算例ではゾーン間平均距離で代替している)の算出に問題があるため、あらかじめ計算の対象から除外してある。

表 3.5.1 単位OD表(昭和36年名古屋市乗用車実績値)

O \ D	中 村	中	千 種	東	北	西	昭 和	瑞 穂	熱 田	中 川	港	南	守 山	緑	w_i
中 村	—	0.0575	0.0121	0.0115	0.0042	0.0089	0.0100	0.0054	0.0057	0.0078	0.0058	0.0016	0.0010	0.0000	0.1315
中		—	0.0395	0.0366	0.0148	0.0140	0.0289	0.0145	0.0113	0.0135	0.0107	0.0065	0.0027	0.0050	0.2555
千 種			—	0.0203	0.0041	0.0027	0.0136	0.0055	0.0009	0.0014	0.0013	0.0015	0.0011	0.0009	0.1049
東				—	0.0106	0.0054	0.0072	0.0031	0.0019	0.0010	0.0007	0.0014	0.0029	0.0004	0.1030
北					—	0.0048	0.0036	0.0018	0.0011	0.0012	0.0005	0.0002	0.0013	0.0000	0.0482
西						—	0.0023	0.0015	0.0009	0.0009	0.0005	0.0000	0.0005	0.0005	0.0429
昭 和							—	0.0123	0.0058	0.0025	0.0019	0.0026	0.0002	0.0008	0.0917
瑞 穂								—	0.0054	0.0017	0.0023	0.0038	0.0003	0.0004	0.0580
熱 田									—	0.0064	0.0035	0.0024	0.0001	0.0000	0.0454
中 川										—	0.0020	0.0010	0.0001	0.0000	0.0395
港											—	0.0030	0.0000	0.0001	0.0323
南												—	0.0001	0.0022	0.0263
守 山													—	0.0001	0.0104
緑														—	0.0104

注：緑区は当時の有松町、鳴海町。守山区は当時の守山市。

表 3.5.2 単位OD表 (昭和40年名古屋市乗用車実績値)

O \ D	中 村	中	千 種	東	北	西	昭 和	瑞 穂	熱 田	中 川	港	南	守 山	緑	w_i
中 村	—	0.0633	0.0106	0.0111	0.0073	0.0180	0.0076	0.0034	0.0054	0.0118	0.0041	0.0023	0.0010	0.0007	0.1466
中		—	0.0288	0.0303	0.0176	0.0150	0.0256	0.0113	0.0146	0.0115	0.0058	0.0063	0.0030	0.0025	0.2356
千 種			—	0.0137	0.0050	0.0030	0.0152	0.0042	0.0018	0.0022	0.0019	0.0015	0.0028	0.0007	0.0914
東				—	0.0101	0.0043	0.0060	0.0027	0.0017	0.0017	0.0008	0.0014	0.0031	0.0005	0.0874
北					—	0.0073	0.0023	0.0012	0.0009	0.0010	0.0006	0.0006	0.0024	0.0001	0.0564
西						—	0.0022	0.0010	0.0017	0.0017	0.0008	0.0007	0.0006	0.0002	0.0565
昭 和							—	0.0087	0.0055	0.0025	0.0018	0.0030	0.0008	0.0012	0.0824
瑞 穂								—	0.0053	0.0018	0.0017	0.0055	0.0005	0.0011	0.0484
熱 田									—	0.0070	0.0053	0.0054	0.0002	0.0007	0.0555
中 川										—	0.0039	0.0016	0.0003	0.0003	0.0473
港											—	0.0038	0.0001	0.0015	0.0321
南												—	0.0001	0.0018	0.0340
守 山													—	0.0001	0.0150
緑														—	0.0114

表 3.5.3 単位OD表 (昭和43年名古屋市乗用車実績値)

O \ D	中 村	中	千 種	東	北	西	昭 和	瑞 穂	熱 田	中 川	港	南	守 山	緑	w_i
中 村	—	0.0518	0.0103	0.0093	0.0069	0.0162	0.0078	0.0040	0.0056	0.0118	0.0043	0.0030	0.0023	0.0010	0.1343
中		—	0.0302	0.0226	0.0161	0.0166	0.0266	0.0109	0.0130	0.0121	0.0055	0.0068	0.0042	0.0028	0.2192
千 種			—	0.0134	0.0048	0.0031	0.0169	0.0055	0.0025	0.0022	0.0014	0.0022	0.0032	0.0006	0.0963
東				—	0.0108	0.0038	0.0061	0.0019	0.0013	0.0011	0.0010	0.0012	0.0036	0.0006	0.0767
北					—	0.0068	0.0033	0.0013	0.0016	0.0014	0.0009	0.0012	0.0028	0.0002	0.0581
西						—	0.0016	0.0011	0.0013	0.0018	0.0010	0.0009	0.0007	0.0001	0.0550
昭 和							—	0.0106	0.0048	0.0027	0.0018	0.0040	0.0006	0.0016	0.0884
瑞 穂								—	0.0066	0.0017	0.0021	0.0064	0.0006	0.0014	0.0531
熱 田									—	0.0067	0.0078	0.0054	0.0003	0.0014	0.0573
中 川										—	0.0042	0.0020	0.0003	0.0004	0.0484
港											—	0.0050	0.0000	0.0018	0.0368
南												—	0.0005	0.0032	0.0418
守 山													—	0.0002	0.0193
緑														—	0.0153

さて、 t_{ij} として便宜的にゾーン間の平均距離を採用するが、表 - 3.5.4 には名古屋市内14区ゾーン間の平均距離が示されている。

一般に各ゾーンの発生、集中交通量は、そのゾーンの土地利用や経済活動と密接な関係にあるから、各ゾーンの発生および集中交通量をこれら諸指標から別に推定しておく。この計算例では、実績のOD表の各ゾーンの発生交通量と集中交通量が等しいため

$$u_i = v_i = w_i \quad (3.5.1)$$

表 3.5.4 区ゾーン間距離

(単位: km)

D O		中 村	中	千 種	東	北	西	昭 和	瑞 穂	熱 田	中 川	港	南	守 山	豊
中	村	—	4.2	10.2	6.9	8.0	4.9	10.3	10.7	6.3	5.3	10.6	12.1	13.3	18.6
	中		—	7.3	3.7	5.4	5.1	7.4	7.9	5.3	6.8	11.0	10.2	11.1	14.4
	千			—	5.5	9.5	11.9	7.6	8.2	11.7	13.6	18.3	12.3	9.5	15.9
	東				—	3.8	6.3	7.1	7.5	8.7	10.3	14.2	11.1	7.3	15.2
	北					—	5.4	10.4	10.6	10.3	11.7	15.9	13.2	8.0	17.9
	西						—	11.4	11.9	8.9	8.7	13.7	14.0	11.6	18.5
昭	和							—	4.5	7.0	10.4	12.8	7.6	12.6	9.7
瑞	穂								—	6.2	10.3	10.9	5.0	13.9	10.5
熱	田									—	5.7	5.8	6.0	15.7	10.8
中	川										—	8.3	10.5	18.1	16.3
港												—	7.8	22.2	12.9
南													—	16.8	6.4
守	山													—	21.0
豊															—

とにおいて, w_i をゾーン i の規準化された発生集中交通量と呼ぶことにする。そこで, 実績の単位 OD 表から得られた各ゾーンの規準化された発生集中交通量を与えて, 式 (3.3.20) より確率的にみてもっとも起こりやすい OD パターンを求めてみる。このとき t_{ij} に係る γ の値はあらかじめ与えてやらねばならないが, いま γ の値を適当に変化させながら OD 交通量を計算し, これと実績 OD 表との適合度を χ^2 値

$$\chi^2 = \sum_i \sum_j \frac{(N_{ij} - S_{ij})^2}{N_{ij}} \quad (3.5.2)$$

によって検討したところ, 図-3.5.1 に示すような結果が得られた。なお上式において, N_{ij} は計算値, S_{ij} は実績値を表わす。

図-3.5.1 によれば, 適合度のもっとも良いときの γ の値は, 昭和 36 年が 0.19832, 40 年が 0.23659, 43 年が 0.23466 で, そのときの平均トリップ長 \bar{t} は, それぞれ 6,970.7 Km, 6,918.7 Km, 7,141.5 Km であり, これらはいずれも実績 OD 表から得られる平均トリップ長にほぼ等しい。すなわち, 各年次とも計算によって得られた \bar{t} が実績の \bar{t} (ただし OD 表の対角線要素を除いた平均値) にほぼ一致したとき, 適合度が最大となることが明らかとなった。なお, この適合度が最大となるとき単位 OD 計算値を表-3.6.5, 表-3.5.6, 表-3.

図 3.5.1 γ の値と χ^2 - 値

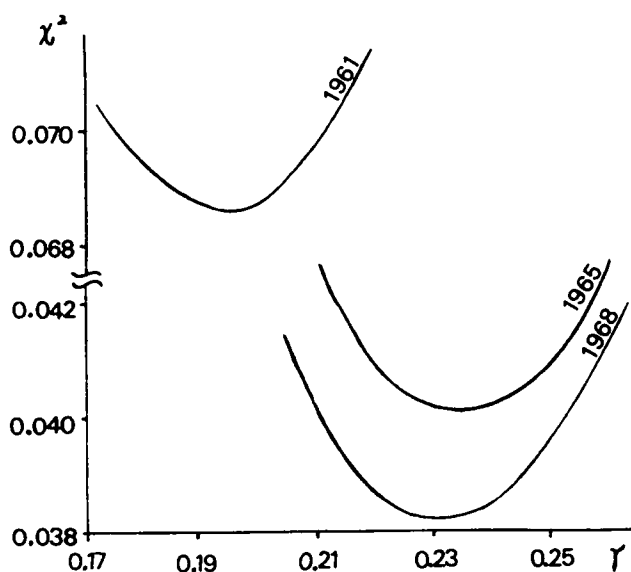


表 3.5.5 昭和36年 単位OD計算値

$\bar{r}=6.9707(\text{km})$ $r=0.19832$

O \ D	中 村	中	千 種	東	北	西	昭 和	瑞 穂	熱 田	中 川	港	南	守 山	緑	w_i
中 村	—	0.0693	0.0108	0.0112	0.0056	0.0090	0.0078	0.0042	0.0064	0.0091	0.0049	0.0019	0.0009	0.0004	0.1315
中	—	—	0.0365	0.0398	0.0178	0.0163	0.0261	0.0139	0.0147	0.0128	0.0085	0.0053	0.0026	0.0019	0.2555
千 種	—	—	—	0.0166	0.0046	0.0025	0.0151	0.0078	0.0025	0.0020	0.0012	0.0021	0.0021	0.0009	0.1049
東	—	—	—	—	0.0079	0.0041	0.0089	0.0049	0.0024	0.0021	0.0015	0.0014	0.0017	0.0005	0.1030
北	—	—	—	—	—	0.0031	0.0029	0.0017	0.0011	0.0010	0.0007	0.0006	0.0010	0.0002	0.0482
西	—	—	—	—	—	—	0.0021	0.0011	0.0013	0.0015	0.0009	0.0004	0.0004	0.0002	0.0429
昭 和	—	—	—	—	—	—	—	0.0120	0.0046	0.0028	0.0026	0.0039	0.0008	0.0021	0.0917
瑞 穂	—	—	—	—	—	—	—	—	0.0032	0.0017	0.0022	0.0038	0.0004	0.0011	0.0580
熱 田	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0.0025	0.0039	0.0020	0.0002	0.0006	0.0454
中 川	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0.0027	0.0009	0.0001	0.0003	0.0395
港	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0.0025	0.0000	0.0007	0.0323
南	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0.0001	0.0014	0.0263
守 山	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0.0001	0.0104
緑	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0.0104

表 3.5.6 昭和40年 単位OD計算値

$\bar{r}=6.9187(\text{km})$ $r=0.23659$

O \ D	中 村	中	千 種	東	北	西	昭 和	瑞 穂	熱 田	中 川	港	南	守 山	緑	w_i
中 村	—	0.0618	0.0104	0.0102	0.0074	0.0145	0.0073	0.0035	0.0089	0.0133	0.0051	0.0025	0.0013	0.0004	0.1466
中	—	—	0.0288	0.0307	0.0193	0.0195	0.0204	0.0095	0.0159	0.0132	0.0065	0.0054	0.0031	0.0015	0.2356
千 種	—	—	—	0.0138	0.0050	0.0027	0.0134	0.0061	0.0024	0.0018	0.0008	0.0023	0.0032	0.0007	0.0914
東	—	—	—	—	0.0088	0.0046	0.0069	0.0033	0.0022	0.0018	0.0010	0.0013	0.0024	0.0004	0.0874
北	—	—	—	—	—	—	0.0030	0.0015	0.0014	0.0012	0.0006	0.0008	0.0019	0.0002	0.0564
西	—	—	—	—	—	—	0.0022	0.0010	0.0019	0.0022	0.0010	0.0006	0.0008	0.0002	0.0565
昭 和	—	—	—	—	—	—	—	0.0106	0.0053	0.0028	0.0021	0.0050	0.0011	0.0023	0.0824
瑞 穂	—	—	—	—	—	—	—	—	0.0034	0.0015	0.0017	0.0049	0.0004	0.0010	0.0484
熱 田	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0.0041	0.0053	0.0035	0.0003	0.0009	0.0555
中 川	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0.0035	0.0014	0.0002	0.0003	0.0473
港	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0.0036	0.0001	0.0008	0.0321
南	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0.0001	0.0026	0.0342
守 山	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0.0001	0.0150
緑	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0.0114

表 3.5.7 昭和43年 単位OD計算値

 $\bar{r}=7.1415(\text{km})$ $r=0.23466$

O \ D	中 村	中	千 種	東	北	西	昭 和	瑞 穂	熱 田	中 川	港	南	守 山	緑	w_i
中 村	—	0.0530	0.0102	0.0083	0.0073	0.0134	0.0072	0.0035	0.0085	0.0128	0.0053	0.0027	0.0016	0.0005	0.1343
中		—	0.0286	0.0248	0.0189	0.0181	0.0200	0.0094	0.0152	0.0127	0.0069	0.0060	0.0038	0.0018	0.2192
千 種			—	0.0129	0.0057	0.0029	0.0151	0.0069	0.0027	0.0020	0.0010	0.0029	0.0044	0.0010	0.0963
東				—	0.0061	0.0040	0.0063	0.0031	0.0021	0.0016	0.0010	0.0014	0.0027	0.0004	0.0767
北					—	0.0057	0.0033	0.0016	0.0016	0.0013	0.0007	0.0010	0.0026	0.0003	0.0581
西						—	0.0023	0.0011	0.0020	0.0025	0.0011	0.0007	0.0010	0.0002	0.0550
昭 和							—	0.0119	0.0058	0.0031	0.0026	0.0062	0.0015	0.0031	0.0884
瑞 穂								—	0.0037	0.0017	0.0021	0.0061	0.0006	0.0014	0.0531
熱 田									—	0.0043	0.0060	0.0041	0.0003	0.0010	0.0573
中 川										—	0.0017	0.0003	0.0004	0.0004	0.0484
港											—	0.0048	0.0001	0.0012	0.0368
南												—	0.0003	0.0039	0.0418
守 山													—	0.0001	0.0193
緑														—	0.0153

5.7に示す。計算の繰り返し回数はいずれの場合も6回であった。

以上の計算結果から判断すれば、計算によって得られた \bar{r} が、実績の \bar{r} に一致するよう γ の値を適当に変えながら、繰り返し計算により最終的な γ を決定するのがよい。この方法によれば、 γ の値は実績から得られた平均トリップ長より一意的に決まる。勿論 γ の決定方法については、佐佐木のエントロピー法で採用されているような、実績OD表から直接最小自乗法によって γ を決定しても、ほぼ同じ結果を得ることができる。

本モデルの適用計算と直接関係はないが、図-3.5.2には、実績の単位OD表から計算されたトリップ発生エントロピーとトリップ分布エントロピーの値の経年変化が示されている。いずれのエントロピーもほぼ直線的に増加している。この傾向は、自然界を支配す

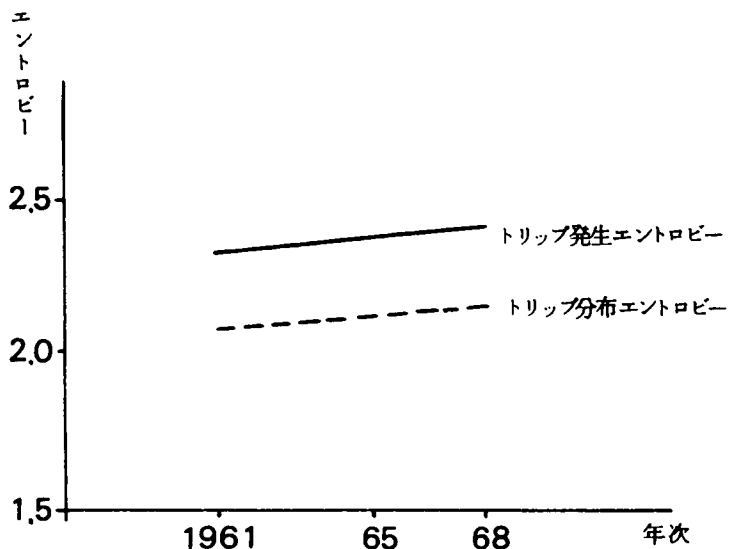


図 3.5.2 エントロピーの経年変化

るといわれるエントロピー増大の法則を考え合わせれば非常に興味深い。これは都市の拡大傾向を裏付けているとも考えられる。

3.6 結 語

本章で提案した確率最大化による交通量分布モデルは、3.2で明らかにした既存のOD交通量推定モデルの分類からいえば、確率モデルの範ちゅうに属するもので、その中でも佐佐木のエントロピー法、およびA, G, Wilsonのエントロピー法ときわめて類似したモデルである、ただ本モデルではOD分布に関して先験確率のような経験式を与える必要のない点で佐佐木のエントロピー法と異なっているが、結果的には先験確率として指数モデルを仮定したいわゆる指数モデル的エントロピー法と一致すること、またモデルの定式化に総交通費用（総走行時間）一定の条件式を必要としない点で、Wilsonのモデルとも異なっているが、これも結果的には同形の解を得ること、よって佐佐木の指数モデル的エントロピー法とWilsonのエントロピー法および著者のモデルのいずれによる解も、形としては同一となることなどが明らかにされた。ただ著者のモデル（Wilsonのモデルでも同様であるが）においては、与えられた道路条件および交通条件のもとで、確率的にみてもっとも起こりやすいOD分布パターンが、重力モデル的構造を有していることを理論的に導いた点は特記すべきである。また目的関数を有した形で定式化される本モデルは、佐佐木およびWilsonのエントロピー法と並んで、他の多くのOD交通量推定モデルにない特徴をもつものとして注目される。

本モデルの特徴は、まず第1に、本モデルが交通パターンにおける平衡性に注目して導かれたものであり、いわば定常解を求めんとするものであるから、長期的な予測に適したモデルであること、第2に対象とする交通は、走行時間で代表される交通抵抗値のみを情報として、あらゆるODペアを選択し得る自由度を有したものに限られ、たとえば通勤通学交通のように、そのODが各個人についてほぼ固定化し、またその分布に対して他の社会的な制約を受けやすいような交通に対しての適用は避けるべきであること、第3に、モデルの定式化の過程で、スターリングの近

似公式を使用しているため、OD交通量がきわめて少ない場合にはその精度に問題があること（たとえばOD交通量が100台の場合、その誤差は0.08%となる）、などの点があげられ、これらの特徴は、佐佐木やウィルソンのエントロピー法などとも共通するものである。

なお先に述べた本モデルの第2の特徴についてであるが、3.5の適用計算例でみた限りにおいては、OD間の走行時間さえ合理的に与えることができれば、適合度の高い推定が可能であり、結果的にはODペアの選択現象が確率的である交通に限るというモデル化の前提については、それほど厳密に考えることはないようである。すくなくとも重力モデル構造的ODパターンを有した交通には適用可能と考えられる。

参 考 文 献

- 1) Overgaard K. R. (佐佐木綱訳) : “ 都市運輸計画における交通量推定 ” , 関西鉄道協会都市交通研究所 , 昭和 4 3 年 2 月
- 2) Detroit Metropolitan Area Traffic Study , Reports , Vols 1 and 2 , 1 9 5 5 (Vol. 1) , 1 9 5 6 (Vol. 2)
- 3) 竹本恒行, 石橋俊明, : “ 行列演算によって将来OD表を推定する一手法 ” , 交通工学 Vol. 7. No1, pp13~19 , 昭和 4 7 年 1 月
- 4) Fratar T. J. : “ Forecasting Distribution of Interzonal Vehicular Trips by Successive Approximations ” , H. R. B. Proceedings 33d Annual Meeting , pp.376-384 , 1 9 5 4
- 5) 佐佐木恒一, 小林八一 : “ 道路交通量の推定 ” , pp.80~81 , 昭和 37 年 1 0 月
- 6) Evans A. W. : “ Some Properties of Trip Distribution Methods ” , Transportation Research Vol 4, pp19~36, 1970
- 7) Loubal P.S. and Potts R.B. : “ A Mathematical Model for Trip Distribution ” , ITTE Univ. of California , 1 9 6 7
- 8) Voorhees A. M. : “ A General Theory of Traffic Movement ” , Proc. Inst. of Traffic Engineers , pp.46~56 , 1 9 5 5
- 9) 佐佐木綱 : “ 遷移確率法によるOD交通量の推定(重力モデル法) ” , 道路6月号 , pp45~50 昭和 4 1 年 6 月
- 10) “ Calibrating and Testing a Gravity Model with a Small Computer ” , Urban Planning Division, Office of Planning, U. S. Bureau of Public Roads , 1 9 6 3

- 11) Wynn F. H. and Linder C. E. : " Tests of Interactance Formulas Derived From OD Data ", H. R. B. Bulletin 253, pp.62-85, 1960
- 12) 河上省吾 : " 通勤・通学交通量分布の予測方法に関する研究 ", 学位論文 昭和44年3月
- 13) Butas L. F. : " Simultaneous Differential Equations for Trip Distributions "; Traffic Quarterly, pp.248~267, 1966
- 14) Grecco W. L. and Breuning S.M. : " Application of Systems Engineering Methods to Traffic Forecasting "; H. R. B. Bulletin 347, pp.10~23, 1962
- 15) Niedercorn J. H. and Bechdolt B. V. Jr : " An Economic Derivation of the Gravity Law of Spatial Interaction "; Journal of Resional Science Vol.9, No.2 pp.273~282, 1969
- 16) Wilson A. G. : " The Use of Entropy Maximizing Models in the Theory of Trip Distribution, Mode Split and Route Split ", Journal of Transport Economics and Policy, 1969
- 17) " Final Report, Chicago Area Transportation Study " Vol. 2 1960
- 18) Tomazinis A. R. : " A New Method of Trip Distribution in an Urban Area "; H. R. B. Bulletin 347, pp.77~99, 1962
- 19) 佐佐木綱 : " 遷移確率法によるOD交通量の推定(エントロピー法) ", 道路8月号 pp.70~77, 昭和41年8月

- 20) 佐佐木綱：“トリップのOD分布を求める確率論的方法”，交通工学，
Vol. 2 No. 6, 昭和42年11月
- 21) 佐佐木綱，明神証：“都市および都市間高速道路のOD交通量の推定について — エントロピー法の各種先験確率式の検討 —”，交通工学 Vol. 5,
No. 1, pp. 26~41, 昭和45年1月
- 22) 前掲16)に同じ
- 23) 第2章の8)に同じ
- 24) 松井 寛：“交通量分布解析の統計力学的接近”，第24回土木学会年次学
術講演会講演集 第4部 pp. 207~208, 昭和44年9月
- 25) 松井 寛：“交通量分布パターンの確率論的考察”，土木学会 論文報告集
第190号, pp. 99~109, 昭和46年9月
- 27) 久保亮五：“統計力学”，共立全書11, pp. 14~15 昭和39年10月
- 28) たとえば Fast J. D. (市村浩訳)：“エントロピー — エントロピー
の本質と理学および工学における応用”，好学社, pp. 56~60,
昭和44年6月
- 29) 前掲15)に同じ
- 30) 第2章の5)に同じ
- 31) 平原覚治：“道路利用率(転換率)の推定について — 情報理論の応用”，
日本道路公団第2回業務研究発表論文集, pp. 125~129,
昭和35年5月
- 32) Fujimori K.：“Application of Operations Research to
Road Traffic”, Jr. Opns Res. Soc. Japan Vol. 8, No. 1
pp. 45~50
- 33) 香川一男：“エントロピー最大の原理からみた交通量分布”，土木学会論文
集, No. 129, pp. 33~38, 昭和41年5月
- 34) 前掲19)に同じ
- 35) 前掲20)に同じ

- 36) Sasaki T.: "Probabilistic Models for Trip Distribution,"
Intern. Symp. on the Theory of Traffic Flow,
Karlsruhe, Germany, pp.205-210, 1968
- 37) 前掲21)に同じ
- 38) Wilson A.G. : "A Statistical Theory of Spatial Distribution Model", Transpn. Res. Vol. 1, pp.253-269, 1967
- 39) 前掲16)に同じ

第4章 確率最大化によるOD-配分交通量同時推定法

4.1 概 説

ある地域内の道路網を対象に、配分交通量を推定しようとするとき、一般には当該地域内のOD交通量は、すでに推定されたものとして扱われる。一方、OD交通量を推定するため従来から用いられた一般的な手法、たとえば重力モデルなどでは、説明指標としてゾーン間の交通抵抗値（平均旅行時間など）が用いられており、これを一定として取扱っているが、実際にはこの交通抵抗値なるものは、当該地域内の道路網形態とその道路網への配分交通量によって決定される交通状態によって影響を受ける。したがって配分計算の前にその値を知ることは実際にはできない。

このようにみていくと、OD交通量と配分交通量とは、相互に影響し合っており、両者の間には強い関連性のあることがわかる。したがって、たとえば、ある地域内の道路網形態が変化したとき、あるいは道路網上の交通事情（たとえば交通混雑状況など）が変化したときに、当該地域内の交通流パターンか、長期的にみてどのような影響を受けるかを予測するような問題に対しては、OD交通量と配分交通量とを相互に関連させながら、同時に推定できるような推定モデルが、より直接的かつ論理的であり、望ましいものといえる。

ところで、前章で提案した確率最大化による交通量のOD分布理論は、配分の問題に対しても適用できる理論に拡張することが可能である。そこでまず4.2では、OD交通量と配分交通量を同時に扱うモデルの定式化が試みられる。この交通量のOD-配分同時推定法は将来交通量の推定手順のうち、OD分布推定の段階と配分推定の段階の間に、一つのフィードバックシステムをもったモデルであり、OD交通量と配分交通量に関連させながら同時に推定することが可能となる。さらにこの推定モデルを名古屋市の幹線道路網に適用して、道路網形態と交通量分布パターンの関係について検討が加えられる。4.3では、さらにモデルに走行時間関数を

導入した場合に拡張し、交通混雑による走行時間の増加の影響を考慮することによって、OD交通量と配分交通量の間にみられる相関性をさらに明確な形で表現し、これによって実際の交通現象をより忠実に表現する方法について論じられる。

4.4では、名古屋市内の幹線道路網を取り上げて、OD-配分交通量同時推定法の適用性について検討が加えられ、さらにこの推定モデルの重要な応用例として、交通量分布パターンと道路網形態の関係に関する計量的な分析が取り上げられる。

最後の4.5では、本章で取り上げたモデルのもう1つの応用として、ある地域ゾーンのアクセシビリティの計測への拡張が試みられる。一般にアクセシビリティとは「自動車が居住環境域内あるいは都市の内外の地点間について、どの程度自由に循環したり、目的地に真直ぐに行きついたり、到着して駐車できるかを示す程度」（交通工学用語事典より）とされているが、これを具体的に計量化する方法は現在までにいくつか提案されている。ここでは道路網形態によって規定される各ゾーンの他のゾーンからの相対的な利便性、あるいは近づきやすさとしてのアクセシビリティを考えている。

4.2 モデルの定式化とその解法

OD交通量と配分交通量を相互に関連させながら推定しようとする考え方は、すでに1961年、トロント都市圏の交通計画のためTraffic Research Corporationが開発した推定プロセス²⁾にみられるが、この方法では、OD交通量推定モデルと配分交通量推定モデルとは別個に与えられており、ただ配分交通量の計算結果からOD間の旅行時間を反復計算によって修正しながら両者を求める推定手順を採用している。

これに対し著者の提案するモデルは、前章で提案した確率最大化による交通量のOD分布理論を拡張して導かれるもので、OD分布と配分が同時にしかも単一のモデルの中で扱われるのが特徴である。

一方、J. A. Tomlinが著者のものと類似のモデルを提案している³⁾が、このモデルは熱力学の中で用いられる平衡条件式をそのまま交通量分布に応用したもの

であり、したがって交通量分布に適用した場合の具体的な意味づけに問題点が残されている。

さて本論文で用いられる OD-配分交通量同時推定モデルの基本的な考え方は次のとおりである。

すなわち、いま r 個の交通発生集中源をもつ 1 つの道路ネットワークを考え、この上を車がそれぞれの OD に従って走行している状態を考える。ここで各 OD に対しては、道路網上でいくつかの経路が選択できるが、一応各 OD に対して走行時分の小さい順に、たかだか q 本までの経路を考えて、これらをあらかじめ指定しておく。

さて、いま各経路の走行時分という交通抵抗値を 1 つの情報として、道路網上の交通量分布パターンを考えた結果、前章の 3.3. と全く同じ理論の展開によって、確率的にみてもっとき起こりやすい分布パターンが、式 (3.3.13) と同じ式

$$\gamma E - \log z(E) \quad (4.2.1)$$

を最小化することによって与えられることが容易に導かれる。ここに、 E は全トリップによる総走行時分、 γ は定数であり、 $z(E)$ は総走行時分が E という値をとる任意の分布パターンに関して、車を 1 台 1 台区別したときに考えられるトリップの組合わせの数を表わし

$$z(E) = \left(\frac{N!}{\pi \prod_{ijk} N_{ij}^k!} \right) \quad (4.2.2)$$

で与えられる。上式は前章の式 (3.3.7) に対応するものである。ただし、 N は全トリップ数、 N_{ij}^k は発生源 i ($i = 1, 2, \dots, r$) と集中源 j ($j = 1, 2, \dots, r$) 間の OD 交通量のうち、経路 k ($k = 1, 2, \dots, q$) を選択するトリップ数を表わし

$$N = \sum_i \sum_j \sum_k N_{ij}^k \quad (4.2.3)$$

なる関係を満足している。

いま発生集中源 i の規準化された交通発生集中力を w_i 、また発生源 i を出た車が集中源 j に向かう OD 間の推移確率を P_{ij} 、さらにそのとき経路 k を選択する確率を p_{ij}^k で表わせば、 N_{ij}^k は前章の式 (3.3.15) に対応して次のように書き

直せる。

$$N_{ij}^k = N w_i P_{ij} p_{ij}^k \quad (4.2.4)$$

一方発生源 i から経路 k をへて集中源 j へ向かうときの走行時分を t_{ij}^k で表わせば、当該道路網上の N トリップによる総走行時分 E は、前章の式 (3.3.16) に対応して

$$E = \sum_i \sum_j \sum_k N_{ij}^k t_{ij}^k = N \sum_i \sum_j \sum_k w_i P_{ij} p_{ij}^k t_{ij}^k \quad (4.2.5)$$

と書けることになる。

同様に $\log z(E)$ は、スターリングの近似公式を用いれば、次のように書き直せる。

$$\begin{aligned} \log z(E) = & -N \sum_i w_i \log w_i - N \sum_i \sum_j w_i P_{ij} \log P_{ij} \\ & - N \sum_i \sum_j \sum_k w_i P_{ij} p_{ij}^k \log p_{ij}^k \end{aligned} \quad (4.2.6)$$

ここに、右辺第一項をトリップ発生エントロピー、第2項をトリップ分布エントロピー、第3項をトリップ配分エントロピーと呼ぶことにする。

よってさきの目的関数は式 (4.2.5) と式 (4.2.6) によって、 w_i 、 P_{ij} および p_{ij}^k を変数とする関数形に書き直せるが、このうち発生集中交通量については、土地利用や経済活動から、別個に推定して与えるのが一般的であるので、このときは w_i は既知の値となり、結局問題は、

$$\begin{aligned} R_1 \equiv & \sum_i \sum_j \sum_k w_i P_{ij} p_{ij}^k t_{ij}^k + \sum_i \sum_j w_i P_{ij} \log P_{ij} \\ & + \sum_i \sum_j \sum_k w_i P_{ij} p_{ij}^k \log p_{ij}^k \end{aligned} \quad (4.2.7)$$

をOD分布に関する制約条件式

$$\sum_j P_{ij} = 1 \quad \sum_i w_i P_{ij} = w_j \quad (4.2.8)$$

および各経路への配分率に関する制約条件式

$$\sum_k p_{ij}^k = 1 \quad (4.2.9)$$

のもとで最小化すればよいことになる。これは数学的にはラグランジュの未定乗数法によって解かれる。

この結果、配分率 p_{ij}^k の解として

$$p_{ij}^k = \frac{\exp(-\tau t_{ij}^k)}{\sum_k \exp(-\tau t_{ij}^k)} \quad (4.2.10)$$

また、OD間の推移確率 P_{ij} として

$$P_{ij} = \alpha_i \beta_j \exp(-1 - \sum_k p_{ij}^k \log p_{ij}^k - \tau \sum_k p_{ij}^k t_{ij}^k) \quad (4.2.11)$$

を得て、配分交通量とOD交通量が同時に計算されることになる。ただし、ここに、

$$\alpha_i = e / \sum_j \beta_j \exp(-\sum_k p_{ij}^k \log p_{ij}^k - \tau \sum_k p_{ij}^k t_{ij}^k) \quad (4.2.12)$$

$$\beta_j = e w_j / \sum_i \alpha_i w_i \exp(-\sum_k p_{ij}^k \log p_{ij}^k - \tau \sum_k p_{ij}^k t_{ij}^k) \quad (4.2.13)$$

で、 $\alpha_i = \exp(-\mu_i / w_i)$, $\beta_j = \exp(-\varphi_j)$ と置いている。 μ_i, φ_j はそれぞれOD分布に関する制約条件式(4.2.8)にかかるラグランジュ乗数である。

OD交通量および配分交通量は、次に示す反復計算によって求められる。

手順1) 適当に選ばれた γ を用いて、式(4.2.10)より p_{ij}^k を求める。

手順2) β_j を仮定し、これと上で求めた p_{ij}^k を用いて、式(4.2.12)より α_i を求める。

手順3) 上で求めた α_i を式(4.2.13)に代入して、 β_j を求める。

手順4) α_i, β_j が、それぞれ一定値に収束するまで、この計算を繰り返す。

手順5) 収束した α_i, β_j を用いて、式(4.2.11)より P_{ij} を求め、これより分布交通量 N_{ij} を

$$N_{ij} = N w_i P_{ij} \quad (4.2.14)$$

より求める。

手順6) P_{ij}, p_{ij}^k を用いて、式(4.2.4)より各経路への配分交通量 N_{ij}^k を求める。

上記のモデルの定式化においては、各ゾーンの発生交通量と集中交通量は等しいものとして、その規準化された交通発生集中力を w_i で表わしてきたが、各ゾーンで発生交通量と集中交通量がそれぞれ異なる場合は、それぞれ規準化された交通発生力、集中力を u_i, v_j で表わすことによって、全く同様に定式化され、 p_{ij}^k, P_{ij} に関して、式(4.2.10)、式(4.2.11)と同形の解を得ることができる。ただ、 β_j に関する式(4.2.13)で、 $w_i = u_i, w_j = v_j$ と置き換える必要がある。また、当然のことながら、各ODペアに対して経路が1本しか指定しない場合は、 $p_{ij}^k = 1$ となり、式(4.2.10)、式(4.2.11)の中の p_{ij}^k に関する項が消え、ゾーン間の走行時分を改めて

$$p_{ij}^k t_{ij}^k = t_{ij} \quad (4.2.15)$$

と置けば、第3章で求められたOD交通量推定モデルの解と一致する。

なお、 γ の値は、実績の配分交通量あるいはOD表があれば、これらの実績値との適合度が最大になるように最小自乗法によって γ の値を決定すればよい。上に示した反復計算の手順は、本モデルがもつOD交通量と配分交通量の相関性をよく表わしており、本モデルの構造を理解する上で大いに役立っている。

本モデルは、前章のOD交通量推定法と同様にトリップの分布状態を確率現象としてみることによって導かれたものであるから、本来モデルの適用は、ODの選択や経路の選択にある程度の自由度をもち、確率的現象としてとらえてもさしつかえない交通に限定されるべきである。また本モデルは、いわゆる定常解を求めんとするものであるから長期的な予測に適したモデルといえることができる。

4.3 走行時間関数を導入した場合

ある地域内の道路網が変化したり、あるいはその道路網における交通事情が変化

したとき、その影響が長期的にはその地域内の交通流パターンの変化として表われることは、すでに前述したとおりであるが、このような交通流パターンにみられる変化は、実はOD間の各経路の走行時間で代表される交通抵抗値に変化が生じることに起因していると考えられる。したがってこのような現象をより正確な理論モデルで表現するには、前節のように走行時間を一定と仮定するようなことはせず、交通混雑による走行時間の増加影響を考慮することが必要である。

ところで道路区間上の交通量と走行時間の関係を表わす曲線を、一般に走行時間関数と呼んでいるが、この曲線を各道路区間ごとに設定することにより、道路網における交通混雑による走行時間の増加の影響を考慮することができる。

ところで、 i, j 間の経路 k 上の走行時間 t_{ij}^k は、その経路を構成する道路区間 h 上の走行時間 t_h の和として与えられる。いまこれを式で表わすと

$$t_{ij}^k = \sum_h \delta_{ij}^k t_h \quad (4.3.1)$$

となる。ただし δ_{ij}^k は ij 間の経路 k が道路区間 h を含むとき 1、含まないとき 0 の値をとる定数である。とくに各道路区間に走行時間曲線を導入する場合は、 t_h は区間交通量の関数となり

$$t_h = T_h \left(\sum_{i,j} \sum_k \delta_{ij}^k w_i R_j p_{ij}^k \right) \quad (4.3.2)$$

と表わせることになる。よってこのとき走行時間関数を導入した場合の目的関数は

$$\begin{aligned} & \sum_{i,j} \sum_k \sum_h \delta_{ij}^k w_i R_j p_{ij}^k T_h \left(\sum_{i,j} \sum_k \delta_{ij}^k w_i R_j p_{ij}^k \right) \\ & + \sum_{i,j} w_i R_j \log R_j + \sum_{i,j} \sum_k w_i R_j p_{ij}^k \log p_{ij}^k \end{aligned} \quad (4.3.3)$$

となり、よって式(4.3.3)を先と同じ制約条件式(4.2.8)および式(4.2.9)のもとで最小化すればよいことになる。

ラグランジュの未定乗数法によって解いた結果、配分率 p_{ij}^k の解として

$$p_{ij}^k = \frac{\exp\{-\gamma \sum_k \delta_{ij}^k (T_k + Q_k T_k')\}}{\sum_k \exp\{-\gamma \sum_k \delta_{ij}^k (T_k + Q_k T_k')\}} \quad (4.3.4)$$

またOD間の推移確率 P_{ij} として

$$P_{ij} = \alpha_i \beta_j \exp\{-1 - \sum_k p_{ij}^k \log p_{ij}^k - \gamma \sum_k \delta_{ij}^k p_{ij}^k (T_k + Q_k T_k')\} \quad (4.3.5)$$

を得る。ここに

$$Q_k = N \sum_{i,j} \sum_k \delta_{ij}^k w_i P_{ij} p_{ij}^k \quad (4.3.6)$$

で、これはリンク h の交通量を表わす。

この場合も、 P_{ij} および p_{ij}^k を求めるためには、次に示すような反復計算によって解を求めることが必要となる。ただしその前に

$$F_k = T_k + Q_k T_k' \quad (4.3.7)$$

なる仮想的な走行時間関数 F_h ($h=1,2,\dots,\ell$) を導入しておく。

手順1) γ を仮定し、さらに式(4.4.7)で与えられる仮の走行時間関数において、リンク交通量が0のときの仮のリンク走行時間(これを $F_h(1)$ とおく)を用いて、式(4.3.4)より p_{ij}^k を求める。

手順2) β_j を仮定し、これと上で求めた p_{ij}^k を用いて、式(4.2.12)より α_i を求める。

手順3) 上で求めた α_i を式(4.2.13)に代入して β_j を求める。

手順4) 手順2)に戻り、 α_i, β_j がそれぞれ一定値に収束するまで、この計算を繰り返す。

手順5) 収束した α_i, β_j を用いて式(4.3.5)より P_{ij} を求め、これよりOD交通量

$$N_{ij} = N \sum_{i,j} w_i P_{ij} \quad (4.4.8)$$

を計算する。

手順6) このOD交通量を手順2)で求めた配分率 p_{ij}^k によって道路網に配分し、これよりリンク交通量

$$Q_k = N \sum_i \sum_j \sum_h \delta_{ij}^k w_i P_{ij} p_{ij}^k \quad (4.4.9)$$

を計算する。

手順7) 各リンクごとに所定の仮の走行時間関数によって新たな仮のリンク走行時間 $F_k^*(1)$ を求める。

手順8) n 回目 ($n = 2, 3, \dots$) の反復計算に用いる仮のリンク走行時間 $F_k(n)$ を、次の補正式

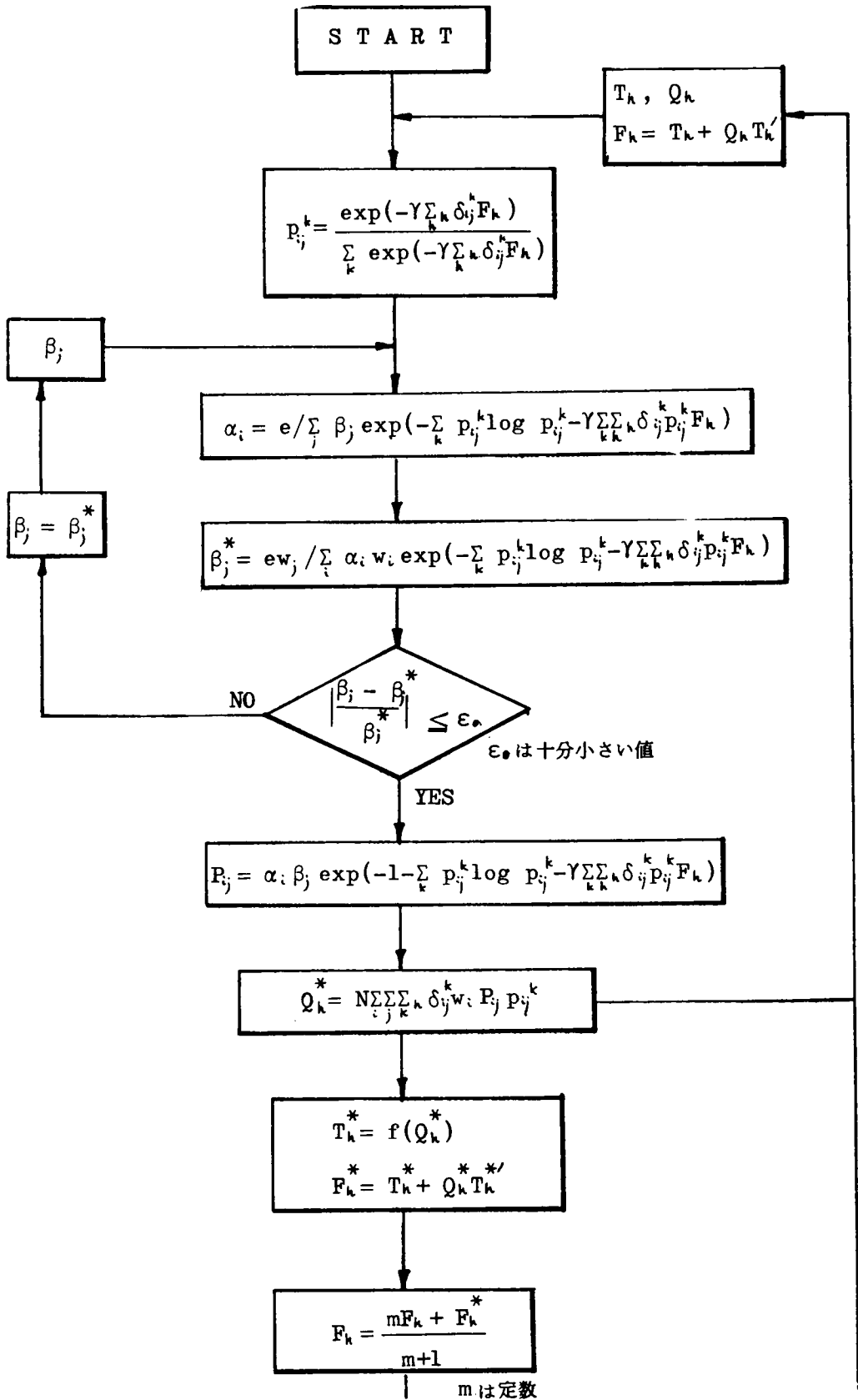
$$F_k(n) = \frac{m F_k(n-1) + F_k^*(n-1)}{m+1} \quad (4.4.10)$$

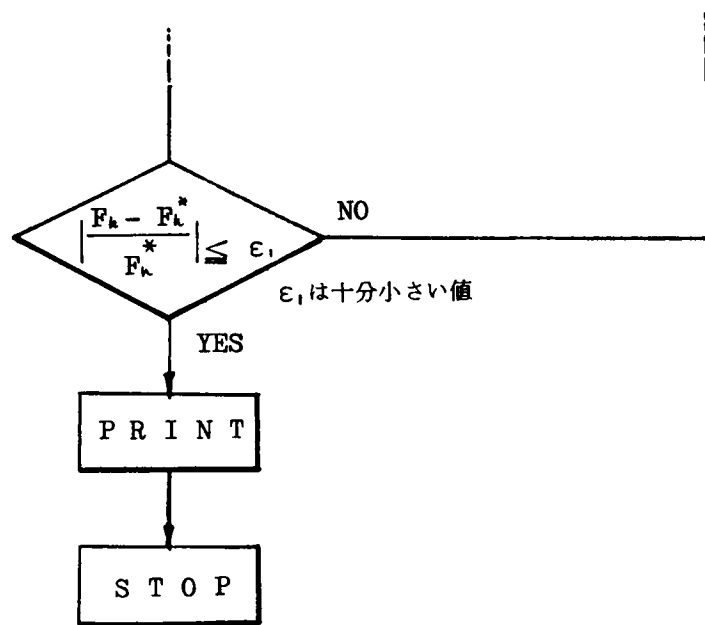
によって求める。ただし m はこの収束計算を安定させるために導入される定数で、問題により適当に選ばれる。なお m の値の決め方についての検討は第5章で取り扱われる。

手順9) 手順1)に戻り、新しく修正された仮のリンク交通量を用いて、計算を繰り返す。

手順10) 上の計算は、 $F_k(n)$ が $F_k(n+1)$ に一致するまで続けられ、最終的に収束した仮のリンク走行時間を用いて式(4.3.4)より p_{ij}^k また式(4.3.5)より P_{ij} を計算し、これより配分交通量とOD交通量を求める。

上記の計算手順は、フローチャートに示すと図-4.3.1のとおりであるが、この計算は配分交通量との関連からOD間推移確率 P_{ij} を求めるための反復と、走行時間を逐次修正するための反復の2重の収束計算を含んでおり、これによって実際の交通現象をより忠実に表現することが可能となる。なお走行時間関数の形や、走行時間関数を導入したときの解の存在とその唯一性については、第5章で検討される。





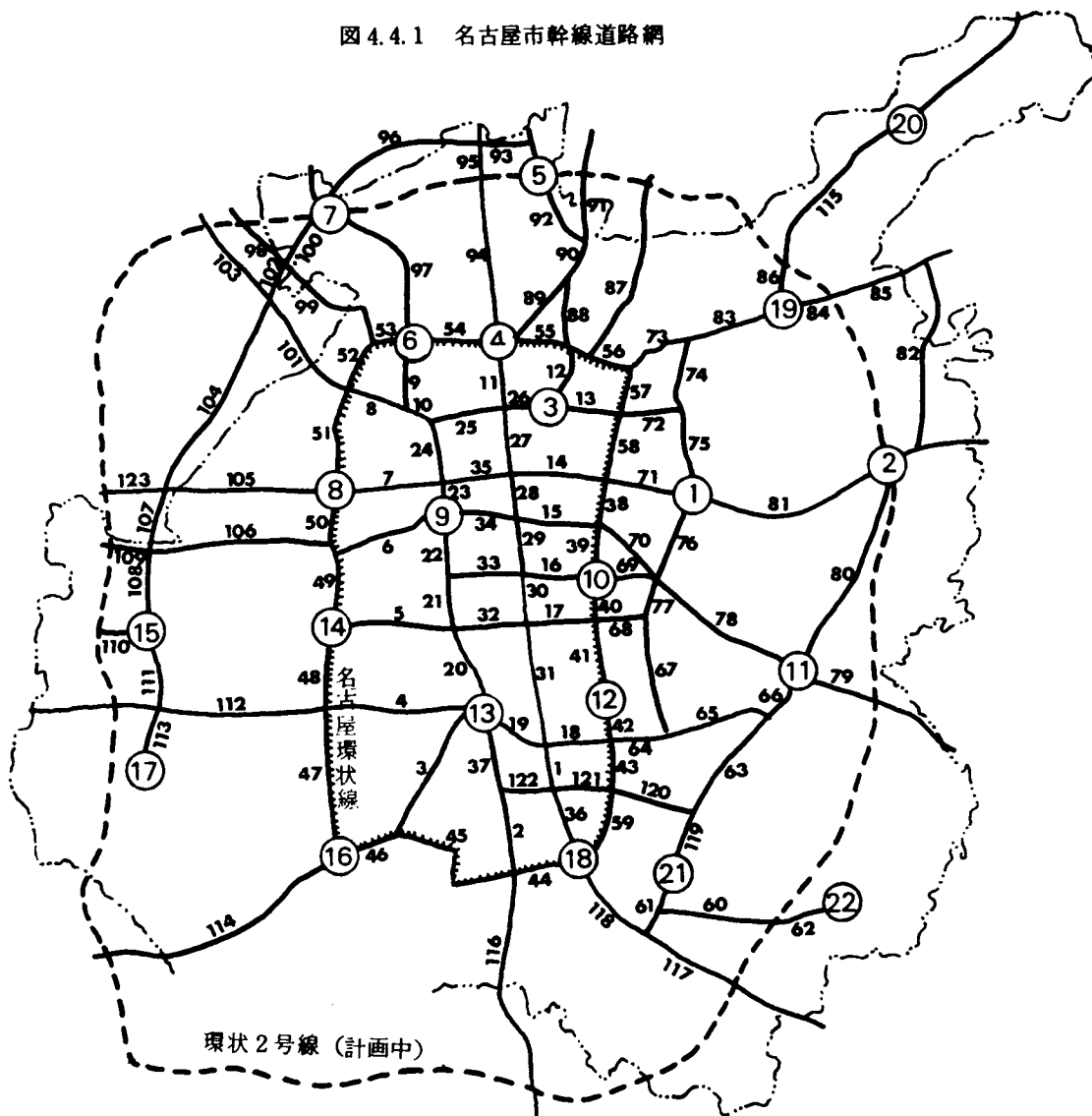
4.4 適用例

(1) 名古屋幹線道路網での計算例

適用例として名古屋市内の幹線道路網を取り上げてみた。まず市内を22の交通発生集中ゾーンに区分し、これらゾーンの発生集中の中心を結ぶ幹線道路網を図－4.4.1のように与える。つぎに、この道路網上で各ODペアに対して走行経路を指定する必要があるが、この適用例では、各ODペアに対して走行時分の短いものからただか2本の走行経路を指定し、各経路上の走行時分を算定しておく。この適用例では、計算の都合上走行時間関数を導入した容量制約は考慮していない。ただ、市内の地域ごとの交通混雑度の違いを多少とも考慮するため、昭和43年の一般交通量調査⁴⁾から得られた地域別(3区分)の平均走行速度、すなわち、名古屋環状1号線内において26.9 km/h、環状線上で31.0 km/h、環状線外で34.3 km/hの値を採用した。

さて、対象交通量として昭和43年に実施された自動車交通起終点調査⁵⁾を採用し、この調査結果をもとに作製した市内22ゾーン間の分布交通量を表－4.4.1(上段)に示す。表－4.4.1の合計欄に与えられた各ゾーンの発生集中交通量、および先に求めたOD間の各経路走行時分をもとに、本推定モデルによってOD交通量

図 4.4.1 名古屋市幹線道路網



①⑦ : ゾーン番号 46 : リンク番号

(単位) トリップ/日)

[illegible]

	上段：実績値	下段：計算値
(1) 売上高	100	100
(2) 売上総利益率	30%	30%
(3) 売上総利益	30	30
(4) 変動費	70	70
(5) 固定費	20	20
(6) 営業利益	10	10
(7) 経常利益	10	10
(8) 税引前利益	10	10
(9) 法人税・住民税・事業税	3	3
(10) 当期純利益	7	7
(11) 株主総数	100人	100人
(12) 1株当たり利益	7円	7円

表 4.4.2 リンク交通量計算値

リンク番号	交通量	リンク番号	交通量	リンク番号	交通量
1	36,328	42	49,899	83	30,602
2	6,414	43	34,279	84	964
3	22,553	44	18,124	85	964
4	19,961	45	11,710	86	1,945
5	36,382	46	34,144	87	0
6	65,274	47	37,987	88	4,938
7	104,693	48	45,295	89	4,729
8	0	49	67,110	90	9,603
9	51,154	50	81,919	91	0
10	51,154	51	39,788	92	9,559
11	67,165	52	39,788	93	2,598
12	10,083	53	39,751	94	2,193
13	45,662	54	46,529	95	2,193
14	42,753	55	23,211	96	404
15	44,013	56	18,040	97	14,417
16	39,796	57	26,110	98	0
17	39,941	58	39,216	99	0
18	13,617	59	37,453	100	178
19	32,596	60	7,508	101	0
20	71,545	61	10,358	102	178
21	80,454	62	7,508	103	0
22	96,740	63	6,722	104	178
23	152,022	64	5,732	105	3,529
24	85,019	65	6,980	106	6,475
25	55,770	66	11,205	107	3,707
26	90,034	67	1,249	108	10,182
27	58,778	68	20,540	109	0
28	44,285	69	32,949	110	0
29	25,189	70	17,785	111	3,847
30	18,789	71	54,118	112	5,577
31	17,350	72	21,107	113	3,601
32	34,176	73	22,316	114	10
33	33,075	74	11,089	115	1,945
34	76,170	75	28,145	116	0
35	53,777	76	70,654	117	0
36	33,209	77	21,788	118	14,183
37	15,234	78	15,153	119	15,462
38	47,223	79	0	120	15,846
39	68,783	80	1,900	121	3,889
40	66,527	81	11,001	122	1,141
41	83,094	82	964	123	0

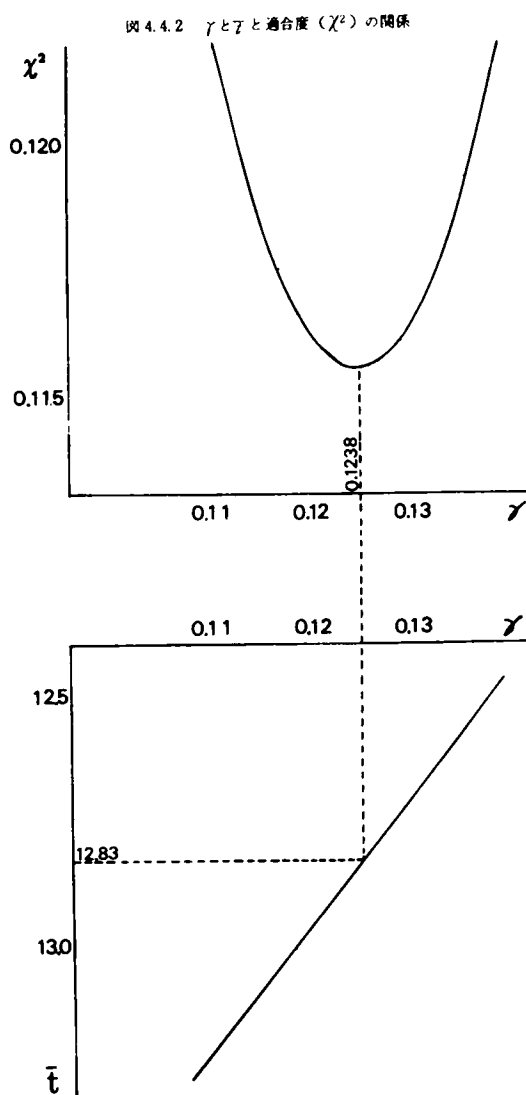
と配分交通量を同時計算によって求めたところ、OD交通量については表－4.4.1（下段）に、また配分交通量については表－4.4.2に示すような結果を得た。ただしOD交通量については、同一ゾーン内相互の交通量は、走行時分の算定に問題があるため、推定計算の対象から除外されており、これらを除いたゾーン間のOD交通量が本モデルによる推定結果である。また表－4.4.2に求められた配分交通量については、計算が名古屋市内相互間の交通量だけが対象とされ、名古屋市内と市外間の流出入交通、および通過交通（合わせて全交通量の23.6%を占めている）が計算の対象外とされていることに注意する必要がある。

なお、計算に用いた γ の値は、実績のOD表との適合度、すなわち計算による分布交通量を N_{ij} 、実績の分布交通量を

S_{ij} としたとき、

$$\chi^2 = \sum_i \sum_j \frac{(N_{ij} - S_{ij})^2}{N_{ij}} \quad (4.4.1)$$

で定義される χ^2 値が最小となるように決定したもので、この場合は $\gamma = 0.1238$ であった。このときの χ^2 値と γ と \bar{t} の関係は図－4.4.2に示すとおりである。OD交通量の計算結果を実績値と比較すると、その適合度は第3章で取り上げた名古屋市内14ゾーン間のOD計算値に比べて幾分劣っている。これはOD交通量と配分交通量を同時に推定したため精度が悪くなったというより、ゾーン数が22と前の計算例に比べて多くなったこと、およびゾーン間の走行時分の与え方に多



少問題が残されているためと考えられる。一方配分交通量の適合性については、この計算例ではデータの関係で検討できなかったが、表－4.4.2の配分計算結果をながめてみると、道路区間によっては非常に大きな値を示すところがある。これは、取り上げた道路網が限られた幹線道路だけで構成されていること、また各ODペアに対してたかだか2本の経路しか考慮していないことによるものと考えられる。一般に配分計算の適合性は、配分対象道路網と経路の数に関係しており、一般には、道路網を構成するリンクの数や、経路の数を多くするほど（当然計算量は増大するが）、より実際の現象に近い配分結果を得ることが可能となる。とくにこのOD－配分交通量同時推定法では、モデルの性質からして、配分計算の結果が直接OD交通量の計算結果にも影響を与えるため、対象道路網と経路の指定には十分な検討がなされる必要があろう。なお計算には名古屋大学の大型計算機FACOM 230-60を使用した、その計算時間はCPU-TIMEで31秒であった。

(2) 環状2号線建設による交通量分布パターンの変化

図－4.4.1の道路網において、破線で示してある道路は、計画道路名古屋環状2号線である。全長およそ6.6kmにおよぶこの環状線の完成は、市内の交通の流れに少なからず影響を与えるものと予想される。

一般に新しく道路が建設されることによって、既存の道路網に変化が生じたとき、従来の交通量分布パターンに攪乱が生じるが、時間の経過とともにやがて新しい平衡状態が実現しそれに落ち着く。このような道路条件と交通事情の変化は、また、長期的には地域の土地利用や都市活動にも影響を与えるようになる。したがって、いま対象とする環状道路についていえば、環状道路がもたらす影響として、まず第1に、市内の交通量分布パターンに与える影響、第2には、交通の利便性からみた市内各地域の立地条件に与える影響について考えてみる必要がある。とくに第1の問題は、環状道路建設の主たる目的である市内中心部の交通混雑緩和効果の計量化に結びつけられるし、また第2の問題は、道路建設による沿道地域の土地利用へのインパクトを考える上で、1つの指標を与えるものとしての意味がある。この第2の問題については次節で触れることにして、本節ではまず第1の問題について考えて

みよう。

本来の考え方からいえば環状2号線完成年次における将来発生集中交通量をもとに、環状線のある場合とない場合のそれぞれの道路網についてOD分布および配分交通量を計算し、それらを比較することによって、環状2号線建設の影響が計測されるのであるが、ここでは計算例としての意味から、先と同じ昭和43年の実績OD表を計算対象交通量として取り上げる。

さて、環状2号線上の平均走行速度は、この道路が立体交差を原則とした高規格の道路として計画されていることから、一応 60 km/h と仮定する。次に、この環状2号線が加わった新しい道路網上で、各ODペアごとに新しい走行経路を指定し直す。

推定計算は前と同様に行なわれ、結局環状2号線完成後におけるOD交通量として、表-4.4.3に示すような結果を得た。これを環状2号線建設前のOD計算値表-4.4.1(下段)と比較すると、環状2号線の完成によって、OD交通量の増加の著しいODペアとして、①～⑧、①～⑯、⑨～⑩、③～⑯、⑤～⑯などがあり、一方逆に減少の著しいのは③～⑨、⑨～⑯、①～②、⑩～⑯、①～⑨などである。一方トリップ走行時分の頻度分布の変化をみると、表-4.4.4に示すとおりで、それほど大きな変化はみられないが、全般的には短いトリップが相対的に増加し、長いトリップが減少する傾向を示している。したがって平均トリップ走行時分は小さくなっている。平均トリップ走行時分が短くなるということは、それだけ走行時分が短縮されたということであり、これは環状2号線の完成によってもたらされた便益として評価できよう。

一方道路網上の配分交通量についてみれば、図-4.4.3に示すように、環状2号線の完成後は、市中心部を中心に多くの道路区間で交通量が減少しており、環状道路が市内交通の緩和に役立つことを示している。なお本モデルでは道路網の変化が交通の発生量自体には影響しないという前提に立っているので、環状2号線の開通による開発、誘発交通などについては別途に考慮すべきものである。

表 4.4.3 環状2号線建設後の名古屋市全車OD交通量計算値

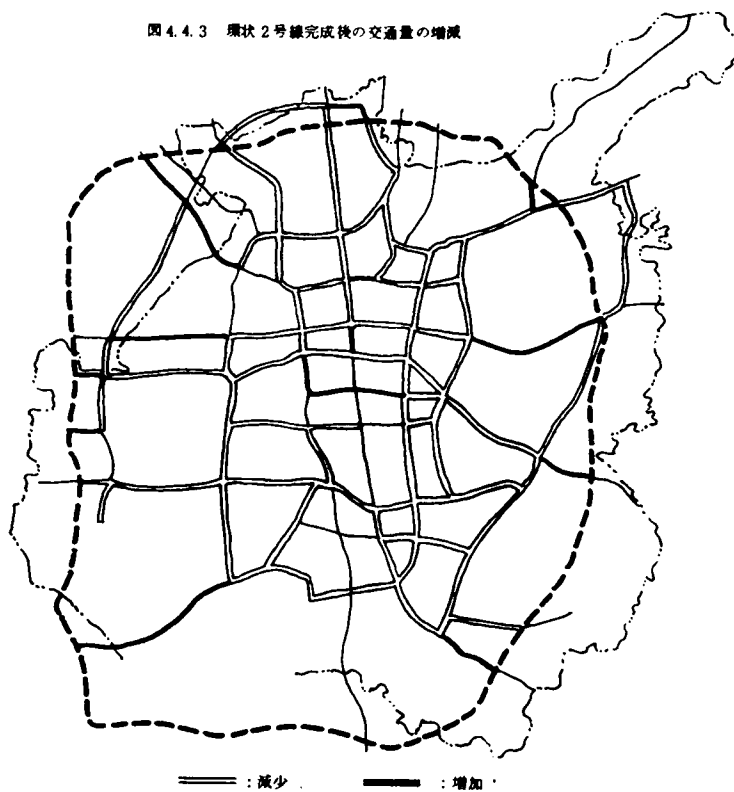
(単位トリップ/日)

D \ O	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	Total
0	37491	2184	16637	7969	990	6041	563	9129	26586	21757	2372	13668	5324	3481	273	2031	51	7235	6109	341	1775	717	172724
1		1800	939	648	256	512	205	375	1502	1229	1024	768	341	188	34	137	17	631	1450	102	375	324	15041
2																							
3			20749	17166	887	14334	1331	13429	29197	8686	1160	2918	3310	2543	307	1348	51	2730	4676	222	529	119	143268
4				25165	1860	13805	1280	13412	23531	5580	631	2969	2679	2628	307	1365	68	956	2150	102	137	51	124459
5					1359	1911	904	1058	1553	495	154	256	171	171	119	102	17	154	939	68	85	68	13577
6						29928	2764	17457	22252	4556	563	2389	2525	5529	785	2730	137	1689	1758	85	307	85	132142
7							2591	2543	2065	427	119	222	239	512	375	307	68	154	751	51	51	51	17573
8								67751	85764	9146	1126	4778	10802	16569	3481	7918	597	2884	2048	102	580	171	271120
9									100893	31534	3686	16518	17968	27354	2713	13754	512	11996	4215	188	2287	546	426614
10										27368	1996	9965	7747	5273	239	2850	85	8413	3566	171	1962	375	153420
11											4544	2935	1570	478	34	648	17	2901	768	51	1246	670	28693
12												26706	10529	4044	154	4556	119	10051	1587	68	3737	853	119790
13													20754	10665	478	13668	341	13873	563	34	2440	631	126652
14														25799	1365	7611	461	3242	461	17	529	154	119074
15															2547	1212	392	341	119	17	85	34	15411
16																26730	512	6075	188	17	836	273	94868
17																	360	102	17	0	34	17	3975
18																		32774	956	51	7252	1382	115812
19																			7693	239	290	290	40833
20																				693	17	17	2653
21																					8799	683	34036
22																						1441	8953

表 - 4. 4. 4 トリップ長分布の変化

トリップ長 (分)	ト リ ッ プ 数	
	建 設 前	建 設 後
0 ～ 5	1 3,6 4 7	1 3,8 6 6
5 ～ 1 0	3 3 8,1 9 5	3 4 1,8 8 9
1 0 ～ 1 5	2 4 5,5 4 5	2 4 6,0 7 7
1 5 ～ 2 0	1 5 3,6 3 8	1 5 3,4 1 3
2 0 ～ 2 5	6 8,7 2 2	6 7,7 3 4
2 5 ～ 3 0	2 5,0 4 1	2 3,0 2 7
3 0 ～ 3 5	5,2 0 9	4,6 1 8
3 5 ～ 4 0	2,4 2 3	1,9 5 0
4 0 ～ 4 5	7 0 6	6 0 0
4 5 ～ 5 0	4 6	1 4
5 0 ～ 5 5	3 0	1 6
5 5 ～ 6 0	2	0
平均トリップ長	1 2.8 3	1 2.7 6

図 4. 4. 3 環状 2 号線完成後の交通量の増減



4.5 アクセシビリティ計量化への拡張

4.2 では、各ゾーンの交通発生集中量は外生的に与えられるものとして取り扱われたが、次にこれらも変量として取り扱う場合を考えてみよう。この問題は、土地利用などで代表されるような地域特性を全く無視した状態で、道路網だけが与えられたときに実現するもっとも確からしい交通の分布状態を与えるもので、いいかえれば、これより求められた w_i の値は、道路網形態のみによって規定される各ゾーンの他のゾーンからの相対的な利便性、あるいは近づきやすさを与えるものと考えられる。いまこれをアクセシビリティと定義することにすれば、問題は、

$$R_2 = \gamma \sum_i \sum_j \sum_k w_i P_{ij} p_{ij}^k t_{ij}^k + \sum_i w_i \log w_i + \sum_i \sum_j w_i P_{ij} \log P_{ij} + \sum_i \sum_j \sum_k w_i P_{ij} p_{ij}^k \log p_{ij}^k \quad (4.5.1)$$

を、交通の発生集中に関する制約条件式

$$\sum_i w_i = 1 \quad (4.5.2)$$

および先の式(4.2.8)、式(4.2.9)のもとで最小化することによって与えられ、結局、 p_{ij}^k 、 P_{ij} として先の式(4.2.10)、式(4.2.11)と同形の解を得るほか、 w_i の解として、

$$w_i = \frac{\exp(-\sum_j P_{ij} \log P_{ij} - \sum_j \sum_k P_{ij} p_{ij}^k \log p_{ij}^k - \gamma \sum_j \sum_k P_{ij} p_{ij}^k t_{ij}^k + \sum_j P_{ij} \log \beta_j)}{\sum_i \exp(-\sum_j P_{ij} \log P_{ij} - \sum_j \sum_k P_{ij} p_{ij}^k \log p_{ij}^k - \gamma \sum_j \sum_k P_{ij} p_{ij}^k t_{ij}^k + \sum_j P_{ij} \log \beta_j)} \quad (4.5.3)$$

を得る。

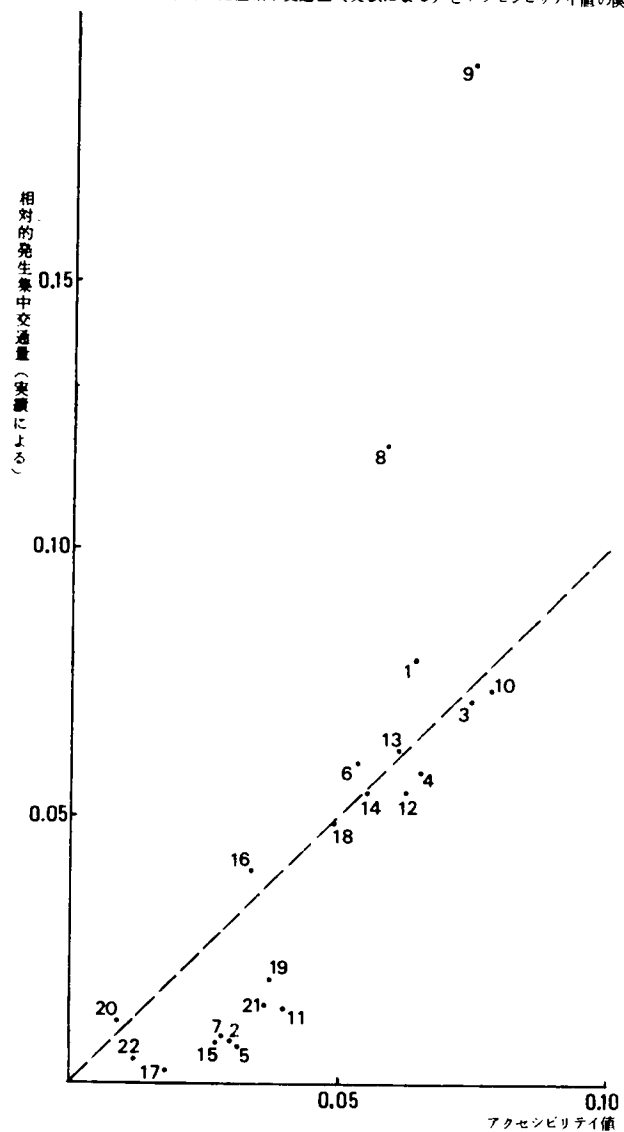
計算例として、先と同じ名古屋市の幹線道路網を取り上げ、22に区分された各ゾーンの相対的アクセシビリティ w_i を求めてみた。その結果は表-4.5.1に示すとおりである。 w_i の値は市中心部に位置するゾーンほど大きく、周辺部ゾーンほど小さな値を示しており、この結果はわれわれの経験的な判断とほぼ一致しているといえる。そこで上で求めた各ゾーンの相対的アクセシビリティと都市活動との関連

表 4. 5. 1. 相対的アクセシビリティ

ティ計算値

ゾーン	アクセシビリティ値
1	0.06392
2	0.03022
3	0.07447
4	0.06495
5	0.03157
6	0.05331
7	0.02854
8	0.05831
9	0.07425
10	0.07797
11	0.04023
12	0.06220
13	0.06097
14	0.05499
15	0.02738
16	0.03376
17	0.01827
18	0.04944
19	0.03748
20	0.00926
21	0.03638
22	0.01214

図 4. 5. 1 相対的発生集中交通量（実績による）とアクセシビリティ値の関係



性を実際に調べてみるため、いま都市活動の大きさを表わす指標として、実績より得られた各ゾーンの発生集中交通量を規準化したものを取り上げ、これと先に求めた相対的アクセシビリティの相関性をみると図 - 4. 5. 1 に示す結果を得た。計算で求めたアクセシビリティは、ゾーン自身の大きさの影響を無視しているため、厳密な意味での両者の比較検討はできないが、全般的傾向としていえることは、各ゾーンの交通発生集中力はアクセシビリティ値に比べて特定ゾーン、特に都心部への集

中化、偏向化の傾向が強くみられることである。たとえば、実績のOD表から得られたトリップ発生（集中）エントロピーおよびトリップ分布エントロピーの値を上記のモデルによって得られた計算値と比較すると表－4.5.2のようになる。いずれも実績のOD表から得られた

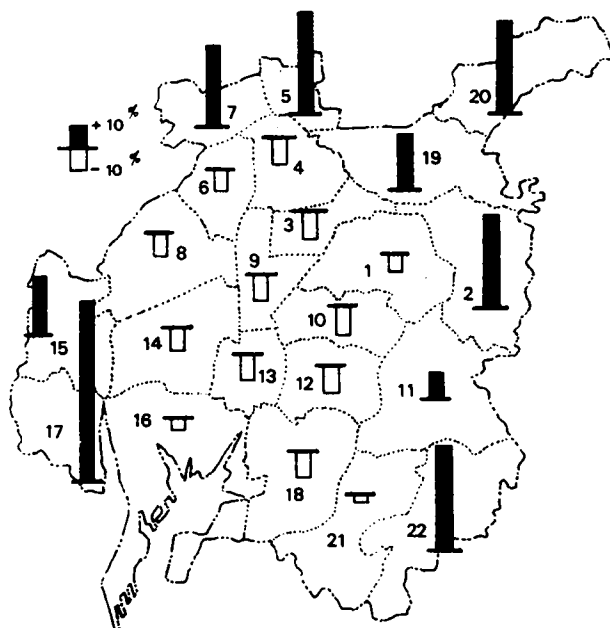
エントロピーの方が小さな値となっている。一般にエントロピーが大きいということは、均等化、平均化が進んでいる状態を示しており、自然界に

表 4. 5. 2 エントロピー値

	トリップ発生 エントロピー	トリップ分布 エントロピー
実 績 値	2.6468	2.3703
計 算 値	3.0397	2.6800

はエントロピー増加化によって説明のできる現象が多いといわれている。ところでこのような交通の分布状態にみられる自然界とは逆行する動きは、人間の都市空間に対する創造によるものであって、いいかえれば、土地利用の設定、資本の集積的投資などを通して、われわれ人間は負のエントロピーを創出し、自然界に内在する均等化（エントロピー増大化）の動きに逆らっていると表現できるかもしれない。

図4.5.2 現状2号線完成後のアクセスビリティ値の変化



次に環状2号線建設前後のそれぞれの道路網について、先と同じようにアクセシビリティを計算しその変化をみると、図-4.5.2に示すような結果を得た。図で明らかのように、環状2号線の建設によって、市中心部のアクセシビリティが相対的に減少し、逆に市周辺部で上昇している。このような道路網の変化に基づくアクセシビリティの変動は、長期的にみれば、各ゾーンの土地利用や都市活動に何らかの影響をもたらすものと考えられる。

4.6 結 語

将来交通量の一般的な推定手法として知られている四段階推定法は、トリップの発生→分布→機関別配分→経路別配分、という段階を経て推定する方法で、各段階における計算過程においては、それ以前の段階はすでに決定済みとされ、いわば一方向的に推定作業が進められる。しかし従来から指摘されているように、現実の交通現象には実はこの逆の流れに相当する作用があって、各段階の間には相互作用の関係があることが知られている。この点から考えれば、本章で取り上げた確率最大化によるOD-配分交通量同時推定法は、OD分布と配分を同時に解こうとする点で、従来にはみられない新しい推定モデルであるということができ、これはこのような従来の四段階推定法にみられる一方的な推定過程に、逆作用の効果を導入したこと、あるいはまた、これが1つのフィードバックシステムとして働くことによって予測精度の向上に役立つことが期待できる点で注目される。

なお、本章で取り上げた計算例では、容量制約の概念は直接的な形では考慮されずに終わっているが、いま交通混雑による走行時間の増大の影響を考慮するため、走行時間関数を導入すれば、交通のOD分布と配分の間にみられる相互作用のメカニズムを、より現実的な形でモデル化できることになるであろう。

次に、OD分布と配分に加えて交通量の発生まで同時に取り扱おうとしたのが、4.5で述べたモデルであり、これはアクセシビリティの計量化モデルとして意味づけられた。このモデルにも走行時間関数を導入することは可能であり、この場合には、道路網上の交通混雑がアクセシビリティに及ぼす影響までも計量化できることになる。

参 考 文 献

- 1) 松井寛：“交通量分布—配分同時推定法とその適用”，名古屋工業大学学報
第24巻 pp.327～335，昭和48年3月
- 2) Irwin N. A. , Dodd N. and Von Cube H.G. : “Capacity
Restraint in Assignment Programs”, H. R. B. Bulletin
297, pp.109～127, 1961
- 3) Tomlin J. A. : “A Mathematical Programming Model
for the Combined Distribution—Assignment of Traffic”;
Transportation Science Vol.5 No.2. pp.122～140, 1971
- 4) “昭和43年度一般交通量調査概況”，名古屋市，昭和44年2月
- 5) “自動車交通起終点調査報告書”，名古屋市，昭和44年2月

第 5 章 確率最大化による配分交通量推定法

5.1 概 説

自動車道路網をいかに流れるかを推定する、いわゆる交通量配分問題は古くから研究されており、現在までに多くの交通量配分モデルが提案されてきた。しかしながら交通量配分の問題は、運転者の経路選択挙動という交通現象自体の複雑さに加えて、一般に扱う変数が非常に膨大となるという配分計算技術上の問題もあって、配分モデルの実用性（計算の簡易性、計算時間など）を重視するあまり、ともすれば配分理論としての明確な論理性に欠けるものが多くみられた。その中では J. G. Wardrop¹⁾ によって提案された等時間原則による配分、および総走行時間最小化による配分（輸送計画的配分）は明快な論理性に裏付けされた数少ない配分理論といえる。

最近のように高速の大型電子計算機が普及してくると、従来問題となったような計算時間や計算機容量などの計算技術上の制約は次第に軽減されてきており、しかも交通量配分の目的が単に道路網上の交通流の記述だけにとどまらず、道路網形態の変化や、あるいは交通規制実施などにもともなう道路網上の交通流の変化の予測にまで適用されるようになってくると、配分理論と呼べるような厳密な論理性に裏付けされた配分モデルの必要性が次第に痛感されてきている。そこで本章で提案する新しい配分モデル（以下確率最大化配分法と呼ぶ）は、運転者の経路選択挙動にみられる多様性を前提として、交通量配分を確率的現象としてとらえることによって導いた配分理論であり、この点で配分理論としての厳密な論理性がみられる配分モデルである。この確率最大化配分法と先に言及した等時間原則配分や総走行時間最小化配分との基本的な相違点は、等時間原則配分や総走行時間最小化配分が、経路選択における挙動の一義性を前提としたいわば決定論的立場から導かれているのに対して、確率最大化配分法は経路選択挙動における多様性を前提とした確率論的立場に立脚して

いる点である。

さて本章で取り扱われる内容は、まず 5.2 において従来から提案されている配分モデルを紹介し、それらの特徴を明らかにするとともに配分モデルの比較検討がなされる。次いで 5.3 において、新しく提案した確率最大化配分法の基本的な考え方が示され、その一般的特徴が明らかにされる。次に 5.4 では、交通容量制約を考慮しない場合の確率最大化配分法の解法が、計算例を通して具体的に明らかにされ、またその解法に関する計算技術上の問題点についても触れられる。

5.4 では、交通容量制約を考慮した場合の確率最大化配分法の基本的な方法論が論じられ、まず容量制約の表現方法として、走行時間関数（交通量－走行時間曲線）を導入する場合と、道路網の各区間ごとに容量制限不等式条件を導入する場合とがあることを述べ、そのいずれもが非線形計画の問題となることが明らかにされる。しかしながら走行時間関数を用いる場合は逐次近似解法によって、また容量制限不等式を用いる場合は、SUMT (Sequential Unconstrained Minimization Technique) か、あるいは目的関数の線形近似による LP 解法によって解けることがいくつかの計算例を通して明らかにされる。

配分モデルの実用性を高め適用範囲を広げるためには単に配分理論だけでなく他の付随した面からの検討も欠かせない。5.6 ではとくに大規模道路網を対象とする際に問題となる配分対象経路の電子計算機による探索方法について、従来から提案されているいくつかの探索アルゴリズムを紹介し、実用性という面からの比較検討を行なう。また 5.7 では、市街地街路網のように多くの交差点をもった道路網を対象とするときの経路探索に付随して生じるターンペナルティの取り扱い方についての検討が加えられる。

さていままで取り扱われてきた確率最大化配分法は、いわゆるパスフロー（経路上の配分交通量を変量として取り扱うもの）として、定式化されたものであった。一般にパスフローによる定式化によれば、扱う変数の数を少なくできる利点をもつ反面、配分計算に先立って 5.6 で触れたような経路探索という面倒な作業

を必要とする。そこで 6.8 では、このような経路探索をともしないリンクフロー - (道路区間上の区間交通量を変量として取り扱うもの) としての、確率最大化配分理論の定式化が可能なことを示し、パフスローによる場合とリンクフローによる場合の比較検討がなされる。

最後の 6.9 では、道路網の一部に有料区間を含んでいる場合の確率最大化配分法の適用方法について論及し、そのときの 1 つの応用例として、当該有料区間の最適料金決定に関する 1 つの試みがなされる。

5.2 従来の配分交通量推定モデル

自動車が道路網上をいかに流れるかを推定しようとするいわゆる交通量配分の問題は、道路網計画に占めるその重要性にもかかわらず、最近まで比較的研究の遅れた分野であった。その原因は道路網上の経路選択挙動という交通現象自体の複雑さに加えて、一般に道路網を対象とする配分計算は、扱う変数の数が多くなり、また計算量が膨大となることによる計算技術上の制約の存在が大きく影響している。したがって、交通量配分手法の研究は電子計算機の発達、普及と無関係ではありえず、ほぼ電子計算機の大型、高速化と歩調を同じくして発展してきているといっても過言ではない。

初期の段階において、交通量配分が問題とされたのは、おもに 2 道路間の転換交通量に関しての研究であった。これは、2 地点間を結ぶ既存道路に新しく高規格の道路が設けられたとき、旧道路から新設道路にどれだけの交通量が転換してくるかを、2 道路の走行距離比、走行時間比、あるいは走行コスト比などのパラメータを用いて推定しようとするもので、一般に転換率曲線 (diversion curve) を用いた配分といわれるものである。たとえば California Diversion Curves²⁾、Detroit Diversion Curves³⁾、などがその代表的なものである。その後 1950 年代の後半になると、電子計算機の普及と共に、道路網上の最短経路 (minimum path) 探索の実用的なアルゴリズムが開発された⁴⁾

のを契機として、大規模な道路ネットワークを対象とした交通量配分手法が数多く発表されるようになった。これらの配分手法はそれぞれ一長一短があって、優劣つけがたいが、まず現在までに発表された代表的な配分手法をその特質によって分類してみると、およそ次のようになる。

1. 最短経路探索に基づく配分

1 - 1 容量制約のない最短経路法 (all-or-nothing method)

1 - 2 容量制約のある最短経路法

1 - 2 - 1 反復計算による方法

1 - 2 - 2 分割配分による方法

2. 配分率を用いた配分

2 - 1 容量制約のない配分率法

2 - 2 容量制約のある配分率法

2 - 2 - 1 反復計算による方法

2 - 2 - 2 連立方程式による方法

3. 等時間原則による配分

4. 輸送計画的な配分

4 - 1 容量制約のない最短経路法 (1 - 1に同じ)

4 - 2 容量制約のある最適配分法

4 - 2 - 1 走行時間関数を用いる方法

4 - 2 - 2 容量制限不等式を用いる方法

4 - 2 - 3 走行時間関数および容量制限不等式を併用する方法

5. その他

このうち最短経路探索に基づく配分は、数学的な取り扱いが比較的簡単なため現在までに多くの手法が考えられており、またもっとも古くから用いられている

方法である。とくに容量制約 (capacity restraint) を考えない場合は、いわゆる All-or-nothing 法となり、O D 交通量はすべて最短経路 (一般に時間的ないし距離的に最短な経路が採られる) に配分される。したがって問題は道路網の中で最短経路を見い出すだけの作業となり、そのためのアルゴリズムが数多く提案されている。

最短経路探索のアルゴリズムを最初に発表したのは G. B. Dantzig⁵⁾ といわれているが、この方法はシンプレックス法に基づくもので、大規模な道路ネットワークに対しては実用的なアルゴリズムとは言えなかった。ほぼ同時期に E. F. Moore が新しい最短経路探索のアルゴリズムを発表したが⁶⁾、この方法は電子計算機利用を前提とするものとしては合理的なもので、大きな道路ネットワークにも適用できる実用的なアルゴリズムであった。一方各 O D 間の最短経路を同時に探索する方法は A. Shimbel⁷⁾ によってなされたが、R. Bellman は Shimbel のアルゴリズムをマトリックス法によるアルゴリズムとして定式化した。⁸⁾ しかしこの方法も計算機メモリーや計算量が膨大となる欠点があった。したがって現在のところ、最短経路探索方法としては、Moore のアルゴリズムが一般に用いられることが多いようである。なお日本でもかつて最短経路探索のアルゴリズムについて研究された例がある。^{9)、10)}

ところで、容量制約のない最短経路法は、交通量がある特定の道路区間に過度に集中する一方、全く交通量の載ってこない区間が生じたりする非現実性を持っている。そこでこの欠点を補い、より現実に近い交通量配分を実現するために、いわゆる走行時間関数 (capacity function) を用いて、交通量の増加による走行速度の低下 (走行時間の増大) の影響を考慮しながら、最短経路を探索する方法が考えられた。しかしながら走行時間関数を導入することにより、道路網における交通量配分の問題は、格段に数学的取り扱いが困難となる。そこで、配分理論としての数学的な厳密性を多少犠牲にすることにより、実用的な配分手法が考えだされた。その手法には、反復計算による方法と分割配分による方法があ

る。

反復計算による方法としては、BPR法¹¹⁾、Wayne法¹²⁾、TRC法¹³⁾などがあげられる。このうちBPR法は、アメリカのBureau of Public Roadsが開発した手法で、各ODに対して最短経路が探索された後、その経路にOD交通量が配分され、その結果各道路区間の走行時間が所定の走行時間関数によって修正され、この修正された走行時間をもとに新たに最短経路が各ODに対して探索される。この反復計算はある平衡状態に達するまで続けられ、最終的に得られた最短経路にall-or-nothing法でOD交通量が配分される。一方Wayne法とTRC法は、同様に反復計算によって最短経路が探索されるが、先のBPR法と異なり最終的には各ODに対して複数本の経路に配分される。

このうちWayne法は、Detroit Area Traffic Study (DATS) と Computing Center at Wayne State University が共同で開発したもので、この手法は、反復計算によって毎回ごとに探索された最短経路へ、OD交通量がAll-or-nothing法で配分された後、最終的にこれらの繰り返しによる配分交通量の平均が取られる。したがってこの方法では、何本かの経路にOD交通量が等分に配分されることになり、後述の等時間原則による配分の近似的な手法とも考えられる。

これに対してTRC法は、Traffic Research Corporationが開発した手法で、この方法では反復計算によって毎回ごとに探索された最短経路に、それぞれの経路の走行時間の逆数に比例してOD交通量が配分される。なおTRC法のもう一つの特徴は、交通量配分と同時に、トリップ分布や交通機関別分担が扱われていることである。この手法はトロント都市圏の交通計画に採用されたため、Toronto法と呼ばれることもある。

いずれにしても、反復計算による配分手法は計算量が多くなり、また反復計算によって必ず平衡状態に達するかどうかについて理論的な検討もなされていないようであるが、実際の交通配分現象を比較的よく表わす実用的な手法として評価

されてきた。¹⁴⁾

これに対し分割配分による方法は、反復計算を必要としないため、計算時間も比較的少なくて済む手法である。この方法は、全交通量の一部をまず最短経路に配分し、つぎに各道路区間の走行時間（走行速度）を修正し、この修正された走行時間（走行速度）をもとに、再び新しい最短経路を見い出してから、その経路に次の一部を配分するといった繰り返しによって全交通量を配分する方法で、これには、すべてのO Dの交通量を m 等分して m 回に分けて流す方法と、あるOからすべてのDに向う最短経路樹が見いだされた後、そのOからのすべてのO D交通量を配分し、その結果から各道路区間ごとの走行速度を修正して、新たに修正された走行速度に基づいて、次のOからの最短経路樹を探索して、順次配分を繰り返す方法とがある。前者の方法としてはMIT法¹⁵⁾が知られており、わが国でもこの種の手法を用いた例がある。^{16) 17) 18)} また後者の方法には、Chicago Area Transportation Study (CATS) で用いられたChicago法^{19) 20) 21)} Pittsburgh Area Transportation Study (PATs) で用いられたPittsburgh法²²⁾ などが知られている。Chicago法とPittsburgh法はほぼ同じ配分手順が取られるが、ただPittsburgh法は、最短経路樹探索の順番がランダムである点、および実用交通容量に基づいた走行時間関数が用いられている点でChicago法と異なっている。

このほかに、上で述べた2通りの分割配分方法を併用したものも考えられている。^{23) 24)}

以上の分割配分による方法は、ORの分野ではIncremental Assignment Methodとも呼ばれており、各回ごとに配分された交通量を単純に累加すれば各道路区間の交通量が求められることになる。しかしこの方法は、交通量の分割方法や流す順序によって解が変化すること、²⁵⁾ および走行速度に与える交通量の影響が不連続となるなどの欠点をもっている。

以上の配分方法は、中には結果的に一つのO Dに対して複数本の経路に配分さ

れる方法も含まれてはいるが、最短経路探索を行なって配分するという基本原則については共通しており、比較的大きな道路網の交通量配分にも適用できる実用的な手法として現在でも利用されている。

つぎに、配分率を用いた配分は、面倒な経路探索のための反復計算を避けるため、最初から1つのODに対して複数本の経路を指定しておき、所定の配分率でOD交通量を配分する方法で、初めに指定した各OD間の経路は終始固定されている。この手法も容量制約のない場合と容量制約のある場合とに分かれるが、前者の方法は、ただ複数本の経路に対し、あらかじめ与えられた配分率によって交通量を配分し、これを各道路区間ごとに累加するだけでよい。^{26) 27) 28) 29)} この方法は、2道路間の交通量配分に用いられた転換率曲線をそのまま道路網上の交通量配分に適用したもので、したがって一般に、各OD間の経路は一般街路を利用したときの経路と高速道路を利用したときの経路の2本に限られている。これは先に述べた容量制約のある最短経路法が開発される以前に、都市内高速道路網の一般街路からの転換交通量を推定する方法として用いられた例があるが、容量の影響を無視しているため、実際的な配分手法としては問題がある。一方後者の方法は、走行時間が交通量に依存するとして、いわゆる走行時間関数を用いるのであるが、この方法はさらに、反復計算による方法と連立方程式による方法とに分類される。

反復計算による方法は、³⁰⁾ 先のTRC法とほぼ同じ計算手順が取られるが、TRC法が反復計算により最短経路を探索したのに対し、この方法は1つのODに対してあらかじめ最短経路のほか、競合経路を含めた複数本の経路を指定しておき反復計算により、道路の混雑度に応じてこれらの経路の経路評価値（たとえば走行時間、走行コストなど）を修正していく方法がとられる。この反復計算は評価値が収束するまで続けられ、最終的に得られた経路評価値に基づいて、所定の配分率でOD交通量が配分される。一方連立方程式による方法は、³¹⁾ 配分交通量を解析的に解こうとする方法で1つのODに対して複数本の経路を指定したとき、各

経路を流れる交通量の和はそのOD交通量となること（連続方程式）、各道路区間の交通量はその区間を通過するOD交通量の和となること（累加方程式）、各経路への配分率は経路評価値の関数となること（配分方程式）、またその評価値は走行時間、費用および快適性の関数となること（評価方程式）、また各区間の走行時間はその区間の交通量の関数となること（交通量－走行時間方程式）などの方程式を未知数の数だけ立てこれらを連立で解くことにより、配分交通量を求めようとするものである。しかしこの連立方程式は一般に高次となるため、計算は逐次近似計算によらねばならない。

さて、等時間原則による配分は、1952年にJ.G.Wardropによって提案されたもので³²⁾、次のような原則に基づく配分理論である。すなわち、OD間で利用可能ないくつかの経路のうち、利用される経路については走行時間が等しく、利用されない経路については、それよりも走行時間が余計にかかるという原則で配分される。この原則に基づく配分の定式化は従来から研究されてきたが^{33) 34)}、特殊な場合は連立方程式を解くことによって解が得られるが、一般には未知数が条件式の数より多くなって、解の唯一性が言えなくなる。そこで等時間条件式に新たに配分率に関する条件式を加えて解く方法³⁵⁾、道路網を切断したときの断面交通量に関するカット方程式を加えて解く方法³⁶⁾、マルチコモディティをシングルコモディティに分解し、これを電気回路に模擬して解き、修正演算をパスフローを用いて順次解く方法³⁷⁾、とくに走行時間関数が線形で与えられるとき、やはり特殊な繰り返し計算によって解く方法³⁸⁾などが提案されている。なおこの手法が実際の交通量配分問題に適用された例は今のところ見あたらず、等時間原則による配分が実際の道路網の交通の流れをどの程度表わしうるかについて、今後検討する必要がある。

以上の配分手法がいずれも実際の交通配分現象を正確に表現することを目的としているのに対し、次に述べる輸送計画的配分は、ある目的関数を最適化（一般には総走行時間最小化が採られることが多い）するような、いわば計画指向的な

配分手法であり、先の等時間原則による配分と同様に、Wardropによって提唱されたものである。³⁹⁾この配分で容量制約を考えない場合は、先のAll-or-nothing法と何ら変わるところがないから、通常問題にされるのは、容量制約のある場合である。この場合は容量の概念の導入の仕方によって、さらに次の3つの方法に分けられる。

目的関数として総走行時間最小を採った場合に限定して説明を加えると、まず走行時間関数を用いる方法は、数学的にはラグランジュの未定乗数法によって解かれるが、⁴⁰⁾とくに交通量と走行時間の関係を線形で仮定したときは、解を多元連立1次方程式を解くことによって求めたり、⁴¹⁾動的計画法 (Dynamic Programming) によって定式化し、それを反復計算によって解く方法などがある。⁴²⁾しかし、走行時間関数が非線形の場合は一般に求解が非常に困難となる。現在のところ離散型最大原理を用いて解いた配分例が報告されている。⁴³⁾つぎに、容量制限不等式を用いる方法は、直接道路の容量制限 (capacity limitation) を不等式の形で与えるもので、これは輸送計画的配分のもっとも代表的な方法で、この場合は線形計画法 (Linear Programming) によって解かれる。^{44) 45) 46)}

また走行時間関数と容量制限不等式を併用する方法は、一般に非線形計画法の問題となり、求解がきわめて困難となる。現在のところ走行時間関数を線形に仮定して、2次計画法 (Quadratic Programming) の問題として解いた例⁴⁷⁾、および非線形目的関数を線形近似して線形計画法の問題として解いた例、⁴⁸⁾SUMTの援用によって非線形な走行時間関数を用いた場合にも適用可能な反復計算による方法⁴⁹⁾などがある程度である。

最後に、上記以外の配分手法として、吸収マルコフ過程を用いた配分⁵⁰⁾、電気回路とのアナロジーによる交通量配分、⁵¹⁾線形グラフ理論を応用した配分、^{52) 53)}ゲームの理論を応用した配分⁵⁴⁾などがある。このうち吸収マルコフ過程を用いた配分手法は、OD交通量に関して何の情報も必要としない代り、道路網上の各分岐点における交通流の分岐確率を与える必要があり、この点では特殊な配分手法と

いえる。この方法を市街地街路網を対象とした配分計算に用いたところ、かなり実際の街路網上の交通量を表わしうることが報告されている。⁵⁵⁾ また電気回路とのアナロジ-による配分手法は、いまのところ1点集中あるいは1点発生型のシングルコモディティの流れに限られた配分である。

現在までに発表された交通量配分手法を分類すれば以上のようなものであるが、とくに等時間原則による配分と輸送計画的な配分については、定式化するときの変数の取り方によって、別にパスフロ-による配分とリンクフロ-による配分とに大別することもできる。パスフロ-による配分とは、道路網の中から配分対象経路(path)をあらかじめ各ODごとに指定し、それぞれに配分される交通量を変数として取り扱うもので、この方法によれば各OD間の配分対象経路を限定できるため、扱う変数の数を少なくできる利点をもっているが、一方では経路探索という面倒な作業を必要とする。一方リンクフロ-による配分は、道路網に配分される各OD交通量を道路区間(link)ごとに変数として取り扱うもので、原則として各ODについて道路網の全区間が対象とされるため、扱う変数の数は非常に膨大なものとなる。しかしこの方法では、結果的に各ODについて道路網上で考えられるすべての経路を配分対象とすることになるので、経路探索の必要はなくなる。このようにパスフロ-とリンクフロ-の各変数の取り扱い方にはそれぞれ一長一短があるが、実際の道路網を対象とするときは、一般にOD間の経路はある程度経験的に与えることができるので、このようなときは、パスフロ-として扱う方が計算機メモリ-や計算時間の点を考えれば得策であろう。なおさきに紹介した等時間原則による配分手法のうち文献34)~38)はパスフロ-としてまた文献33)はリンクフロ-として定式化されており、また輸送計画的配分手法については、文献41)を除くすべての研究がリンクフロ-として扱われている。

最後に、等時間原則配分と輸送計画的配分に関して、輸送計画的配分がある特定の走行時間関数を用いたときの等時間原則による配分と等価であるという興味

ある研究⁵⁶⁾⁵⁷⁾が報告されていることを付記しておく。

上にみてきたように、従来の交通量配分手法には、今後さらに改良すべき点もみられ、配分の問題はいまなお開発途上の段階にあるといえる。最近の電子計算機の中にはかなりの大容量をもったものがあり、もはや今日では、配分理論の研究において、計算機の容量がそれほど重大な制約となるとは考えられない。したがって今後は配分の方法論としても論理的で、かつ実用的な配分モデルの開発を目ざして、なおいっそうの精力的な努力が続けられるべきであるとする。

5.3 モデルの定式化とその解法

道路網において、ある目的地に向かう車がどの経路を選択するかを、車1台1台について考えてみると、きわめて多様性に富んでおり、多分に個性的である。一般に、運転者が経路を選択する際に影響を与える要因として、時間、距離、快適性、経済性、安全性など、多くの要因が考えられ、しかも、これらの要因の影響の程度は、各運転者に対して均一なものではない。同じ運転者に対しても、そのときのトリップ目的やトリップ長の違いによって複雑に変化する。

このような経路選択挙動の複雑さに加えて、もう1つの問題は、運転者が何本かの経路の中から走行経路を選択するとき、通常は、それら経路を比較評価するに十分な情報を、運転者自身持ちあわせていないということである。たとえば、ある運転者が時間的に最短な経路を選びたいと思っても、時時刻刻に変化する道路網上の交通事情を考えれば、正確に最短経路を選び出すということは、きわめて困難といわざるをえない。

ところが、このような人間の行動の複雑さにもかかわらず、個々の車の行動の集合体として、道路網上の交通流を眺めてみると、一般には時間的ないし、距離的に最短な経路を選ぶ確率をもっとも高くなり、ついで次適経路が、それに続くというような、ある種の統計的な規則性を認めることができるであろう。

道路網上の交通流をこのような観点から眺めてみると、道路網上での運転者の

経路選択を確率的現象としてとらえることに十分妥当性があると考えられる。すなわちこの考え方によって、経路の評価値を単一の尺度、たとえば走行時間で代表させたために生ずる経路評価の偏りや、運転者の個人差を確率分布として考慮することを可能ならしめる。たとえば、経路の評価値が分布形で与えられるとして、各経路への配分率を確率的に解いた P・C・Abraham の配分モデルや、⁵⁸⁾ 時間を金額に換算するとき評価に分布があるとして解いた坂下昇の配分モデル⁵⁹⁾などは、いずれも経路選択挙動にみられる、このような多様性に着目して導かれたものである。

さて本章で提案される配分モデルも、上に述べたような経路情報の不確実性、経路評価の多様性を前提として、道路網上の交通の配分パターンを確率論的な立場から論じ、与えられた道路条件および交通条件のもとで、確率的にもっとも起こりやすい配分パターンというものを考えた結果から導き出されたものである。この新しい配分モデルは、先の第3章、第4章で提案したモデルと共通のものであり、車を1台1台区別したときの配分パターンの微視的状态というものに基礎をおいている。

すなわち、いま1つの道路ネットワーク上に r 個の OD ペアを考え、また、このネットワーク上で、各 OD に対して、所要時間の小さい順に、たかだか S 本までの経路を指定しておく。さて、いま r 種の OD 交通量が、このネットワーク上のそれぞれの OD に対応する複数本の経路に配分される状態を考えてみよう。いまこの配分状態を車1台1台区別してみたとき、区別できるトリップの配分状態の数は、全体の交通量が多いときは、非常に沢山存在する。このような車1台1台区別してみた状態を、微視的状态と呼ぶのであるが、いま車1台1台区別しないで、ある任意の配分状態を考えたときの、その配分状態に対応する微視的状态の数を数え上げたとしよう。さらにこれらの微視的状态がすべて等確率で起こると仮定すると、逆に、微視的状态の数がもっとも多くなる組み合わせの配分状

態が、確率的にみて、もっとも起こりやすいということができる。

これを簡単な例で説明しよう。いま図 5. 3. 1 に示すような A、B 2 地点を 2 本の経路が結ぶ簡単な道路網を対象に、全

部で 4 台の車が走行する状態を考える。

いま車の各運転者は経路に関して何の知識や情報ももたないとすれば、4 台の車

によって構成される配分状態は、図 5. 3.

2 に示す 5 つのケースがある。

次に、4 台の車を a、b、c、d とし

て、1 台 1 台区別して考えると、図 5. 3.

2 の 5 つの配分状態に対応する微視的状態は、表 5. 3. 1 に示すとおりになる。

したがって、いまこれらの微視的状態が

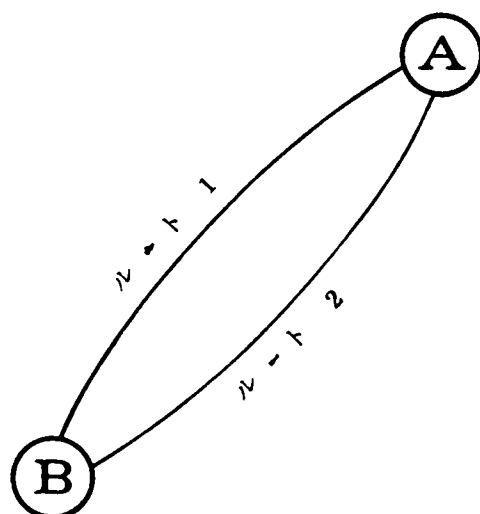
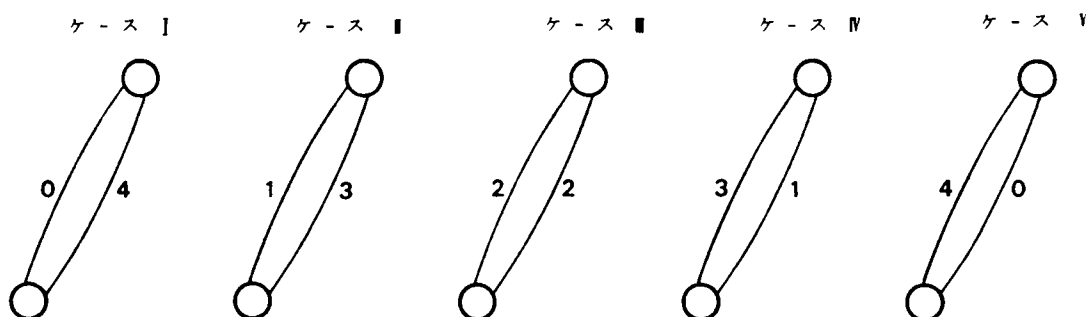


図 - 5. 3. 1 道 路 網

図 - 5. 3. 2 配 分 パ タ ン



すべて等しい確率で生起すると仮定すれば、ケース III の配分状態が $\frac{6}{16}$ の確率で

もっとも起こりやすいということができる。一般に全体で X 台の車が k 本の経路

にそれぞれ X_1, X_2, \dots, X_k 台ずつ配分されるとき、微視的状態の数は、 $X_1!$


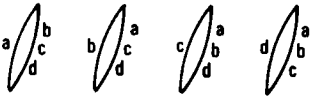
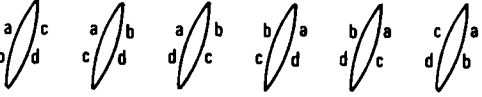
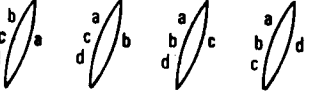

$\times \dots \times X_k!$ で与えられ、これを最大にする配分パターンがもっとも起こりやすい。

このとき車は、k 本の経路に均等に配分される。とくに X が大きな値を取るとき

は、各経路にほぼ均等に配分される確率は 1 に近づく。

しかしながら、
各経路の評価値
を無視した以上
の議論は、あま
り実際的ではな
い。なぜなら実
際には、運転者
は、程度の差こ
そあれ経路の距
離や所要時間な
ど、経路に関す
る情報をもって
いるからである。
そこで次に、経
路評価値として

表 5.3.1 配分パターンとその微視的状態の数

ケース	微 視 的 状 態	微視的状態 の数
I		1
II		4
III		6
IV		4
V		1

たとえば、各経路上の所要時間が与えられたという条件のもとで、もっとも起こりやすい配分パターンを考えてみよう。これは全交通量による総走行時間がある任意の値 E を取るときの微視的状態の数を考えることによって与えられる。

以上の考え方は、基本的には第3章で取り上げた確率最大化による交通量の O 分布理論と同一であり、したがってその定式化は 3.3 と全く同様に展開され、結局もっとも起こりやすい配分パターンは、次式を最小化することによって得られることが明らかとなる。

$$\gamma E - \log Z(E) \quad (5.3.1)$$

ここに γ は定数、 E は全交通量 X による総走行時間で、 i ($i = 1, 2, \dots, p$) という O 交通量 X_i のうち、経路 k ($k = 1, 2, \dots, s$) ^{注)} を通る交通量を y_i^k 、

注) 説明の都合上、経路の本数は各 O ごとに等しく q 本としている。しかし実際には各 O ペアごとに本数が違っても一向にかまわない。

i という O D ペア間の経路 k 上の走行時分を t_i^k で表わせば、 E は、

$$E = \sum_i \sum_k t_i^k y_i^k \quad (5.3.2)$$

で与えられる。

また、 $Z(E)$ は、任意の配分状態（ただし、その総走行時分がある任意の値 E をとる）に関して、車を 1 台 1 台区別したときに考えられるトリップの組み合わせ（微視的状态）の数を表わし

$$Z(E) = \left(\frac{X!}{\prod_{i,k} y_i^k!} \right) E \quad (5.3.3)$$

で与えられる。一方 $\log Z(E)$ は、統計力学で用いられる統計論的エントロピー - にちなんでエントロピー - と呼ぶ。

スターリングの近似公式を用いて、式 (5.3.1) を整理すると、結局、目的関数は、

$$\gamma \sum_i \sum_k t_i^k y_i^k + \sum_i \sum_k y_i^k \log y_i^k \quad (5.3.4)$$

となる。ただし、 y_i^k は、次式を満足しなければならない。

$$\sum_k y_i^k = X_i \quad (5.3.5)$$

したがって、O D 交通量が与えられる場合は、条件式 (5.3.5) のもとで式 (5.3.4) を最小化すればよいことになり、これは数学的にはラグランジュの未定乗数法によって解かれる。

いま、 t_i^k が交通量に依存せず、各経路ごとに一定値を取ると仮定すれば、求める解 y_i^k は

$$y_i^k = \frac{\exp(-\gamma t_i^k)}{\sum_k \exp(-\gamma t_i^k)} X_i \quad (5.3.6)$$

となる。よってこの場合には、定数 γ と各経路の走行時間 t_i^k が与えられれば、配分交通量が計算でき、これを道路区間（リンク）ごとに、単純に累加することにより、リンク交通量が求められる。

式 (5.3.6) は、従来の判別関数を用いた配分モデル⁶⁰⁾と基本的に同じ形であ

ることは興味深い。また、とくに2道路間の配分問題に適用したとき、道路1の所要時分を t_1 、道路2のそれを t_2 とすると、道路1への配分率 P_1 は、

$$P_1 = \frac{e^{-\gamma t_1}}{e^{-\gamma t_1} + e^{-\gamma t_2}} = \frac{1}{1 + e^{\gamma(t_1 - t_2)}} \quad (5.3.7)$$

となり、この配分理論においては、配分率が所要時間差によって表わされることが明らかとなる。

なおこの点に関して、すでに第2章の2.4で述べたように、経路評価値という物理的尺度と、これによって呼びおこされる感覚（たとえば経路の抵抗感）とは、必ずしも直線的な対応関係にないことが知られている。すなわち経路評価値（たとえば経路の走行時間）が比較的小さい値を取るときは、この評価値の増分とこれから受ける感覚の増分とは直線的対応関係にあるが、経路評価値がある程度大きくなると、評価値の増分に対しこれから受ける感覚の増分は鈍くなってくる。⁶⁾ところで精神物理学の分野で知られているウェバー・フェヒナーの法則によれば感覚の大きさ ψ と刺激強度 I の関係は $\psi = K \log(I/I_0)$ （ I_0 は絶対いき）で表わせるが、いまこの関係を経路評価の問題に対して当てはめると、所要時分 t_1 （ $i = 1, 2$ ）の代わりにその対数をとった $\log t_1$ が用いられることになり、このとき式（5.3.7）は、

$$P_1 = \frac{e^{-\gamma \log t_1}}{e^{-\gamma \log t_1} + e^{-\gamma \log t_2}} = \frac{1}{1 + \left(\frac{t_1}{t_2}\right)^\gamma} \quad (5.3.8)$$

となり、この場合の配分率は、所要時間比によって表わされることになる。なお式（5.3.8）はAASHOの転換率曲線と類似していることは興味深い。

本節で提案された確率最大化配分法と呼ばれる配分モデルは、従来の方法に比べて、次のような特徴をもっている。

1) 本モデルの第1の特徴は、経路選択にみられる不確実性を前提に、与えられ

た道路条件および交通条件のもとで、確率的にもっとも起こりやすい交通量配分パターンを求めるところにあり、この点で配分理論としての厳密な論理性がみられる。

- ii) とくにこの配分理論においては、経路の走行時間 t_1^k に係る定数 γ は、経路への配分率を決定する重要な役割を果たしている。この γ は総トリップによる総走行時間のスケールを決定するものであるが、これは間接的には経路選択における自由度を表わすものと考えられ、 γ が小さいときは経路選択の自由度が大で経路評価値分布の散らばり度合いが大きいことを意味し、一方 γ が大きい場合はこれが逆に小さいことを意味している。通常 γ の値は 0 から無限大の範囲の値を取る。したがって、いまこの傾向を配分パターンとしてみた場合、目的関数 (5.3.1) から明らかなように、 $\gamma = 0$ のときは第 2 項 (エントロピーの項) を最大化 (前の符号が負のため) することになり、これは O D 交通量が各経路に均等に配分されることを意味し、このとき総走行時間は最大値をとる。一方 γ が大きな値をとるときは、第 1 項が第 2 項に比べて支配的となり、その結果求める配分パターンは、総走行時間 E を最小化するいわゆる輸送計画的配分パターンを示すことになる。特に走行時間が交通量に依存しない場合は、all-or-nothing 法による配分に一致する。したがって本モデルは、輸送計画的配分から均等配分に至る広い適用範囲を持つ配分手法といえ、実際の配分パターンはこの中間にあると予想される。

なお、実際の配分計算の際に用いる γ の値としては、対象とする道路網において、配分交通量の実績値が与えられておれば、その実績値との適合度が最大となるように、最小自乗法によって決めるか、あるいは、道路網上での総走行時間 (または 1 台あたりの平均走行時間) の実績値が与えられる場合は、計算による走行時間が実績の走行時間に一致するような γ を選べばよいであろう。なお γ の具体的な決定方法については後述の計算例のところで取り扱う。

- iii) 配分交通量のほか、O D 交通量をも変量として取り扱うことが可能で、した

がって、道路網上の配分交通量とOD交通量を同時に求めることができる。この場合の計算例については、第4章で述べられている。

Ⅳ) 各ODに対して、あらかじめ利用する経路を何本か指定する必要があるが(経路を指定しないいわゆるリンクフローとしての定式化も可能であり、これについては5.8で述べる)、それら経路への配分率を決定する式は先験的に与える必要はなく、この配分理論から内生的に決定される。

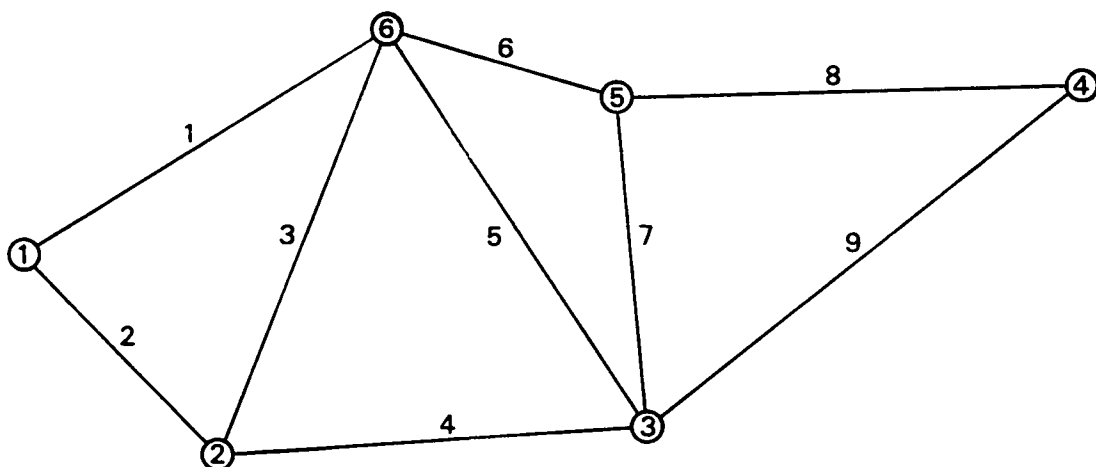
Ⅴ) 走行時間関数の導入が可能で、この関数は一般に非線形であっても一向に差しつかえなく、特に広義の単調増加でかつ凸な関数を仮定したときは、解の唯一性が証明される。これについては後述する。

5.4 交通容量制約のない場合の計算例

確率最大化配分法において、OD間の各経路の走行時間が交通量に依存せず一定値をとる場合は、先の式(5.3.6)によって配分交通量 y_1^k が計算され、リンク交通量はこの配分交通量を各リンクごとに単純に累加するだけでよい。したがってこの場合はリンク容量はまったく考慮されないので、容量制約がほとんど問題にならないような交通量の比較的小さいときに適用できる。

計算例として図5.4.1に示すような道路網を対象に取り上げ、配分計算を行な

図-5.4.1 配分計算対象道路網 (数字はリンクおよびノード番号)



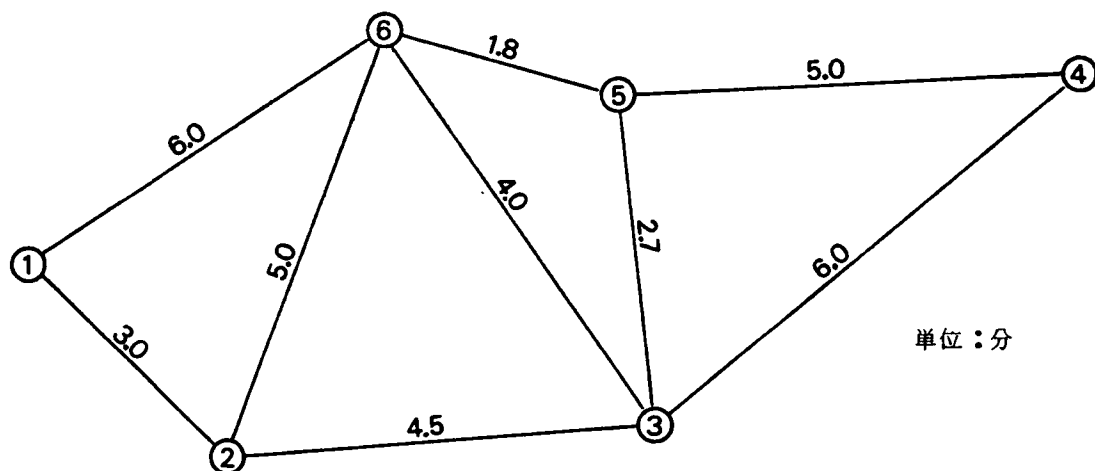
ってみよう。さて、道路網上のOD交通量は表 5. 4. 1 のように与えられており、

表 - 5. 4. 1 配分計算対象OD交通量 (台/時)

①	②	③	④	⑤	⑥	
※	※	1,700	400	700	1,100	①
	※	※	800	1,500	1,300	②
		※	1,200	※	1,400	③
			※	※	900	④
				※	※	⑤
					※	⑥

また各リンク上の走行時間は図 5. 4. 2 に示すとおりである。いまこの道路網上で各ODごとにそれぞれ2本の経路を指定しておく。これらの経路をバス行列によって表わすと次のとおりである。

図 - 5. 4. 2 リンク走行時間



第 1 経路

リ ン ク

		1	2	3	4	5	6	7	8	9
経 路	K_1^1	0	1	0	1	0	0	0	0	0
	K_2^1	1	0	0	0	0	1	0	1	0
	K_3^1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
	K_4^1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
	K_5^1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
	K_6^1	0	0	1	0	0	1	0	0	0
	K_7^1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
	K_8^1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
	K_9^1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
	K_{10}^1	0	0	0	0	0	1	0	1	0

(5. 4. 1)

第 2 経路

リ ン ク

		1	2	3	4	5	6	7	8	9
経 路	K_1^2	1	0	0	0	1	0	0	0	0
	K_2^2	0	1	0	1	0	0	0	0	1
	K_3^2	0	1	1	0	0	1	0	0	0
	K_4^2	0	1	1	0	0	0	0	0	0
	K_5^2	0	0	1	0	0	1	0	1	0
	K_6^2	0	0	0	1	0	0	1	0	0
	K_7^2	0	0	0	1	1	0	0	0	0
	K_8^2	0	0	0	0	0	0	1	1	0
	K_9^2	0	0	0	0	0	1	1	0	0
	K_{10}^2	0	0	0	0	1	0	0	0	1

(5. 4. 2)

ここにパス行列とは、 i ($i=1, 2 \cdots 10$) なる O D をもつ経路 k ($k=1, 2$) がリンク h ($h=1, 2 \cdots 9$) を含むとき 1、含まないとき 0 の値をとる要素

δ からなる行列である。

(1) γ が与えられる場合

すでに明らかにしたように、確率最大化配分法においては、経路の走行時間 t_i^k に係る定数 γ は、経路への配分率を決定する重要な役割を果たしている。すなわち $\gamma = 0$ のときは、目的関数 (5.3.4) から明らかなようにトリップ配分エントロピーだけを最大化することになり、これは O D 交通量が各経路に均等に配分されることを意味している。一方 $\gamma \rightarrow \infty$ のときは、いわゆる総走行時間を最小化する輸送計画的配分パターンを示し、とくに走行時間が交通量に無関係に一定値をとる場合は all-or-nothing 法に一致する。実際の配分パターンは、この中間にあると考えてよい。

ところで実際の道路網上の交通量配分計算に適用する場合、計算に用いる γ の値をいかに決定すべきであろうか。その 1 つの考え方は、実績の配分交通量のデータが与えられる場合は、その実績値との適合度が最大となるように γ の値を決定することである。すなわち、計算による配分交通量を y_i^k 、実績の配分交通量を s_i^k としたとき

$$\chi^2 = \sum_i \sum_k \frac{(y_i^k - s_i^k)^2}{y_i^k} \quad (5.4.3)$$

で定義される χ^2 値を最小にするような γ 値を決定するのである。あるいは配分交通量よりリンク交通量の方が実績データが得られやすい場合は、式 (5.4.3) 中の配分交通量の代わりに、リンク交通量（実績値、計算値共）を用いて同様に γ を決定してもよい。

いずれにしても γ の値が決まれば、配分交通量は式 (5.3.6) によって簡単に求められる。計算例として $\gamma = 0.5$ の場合について計算した結果は、リンク交通量については図 5.4.3 に、また経路への配分交通量については表 5.4.2 に示すとおりである。

なお図 5.4.4 と表 5.4.3 には、 $\gamma = 0$ （均等配分に相当）のときのリンク交

図- 5. 4. 3 容量制約のない確率最大化配分 - リンク交通量計算値

$\gamma = 0.5$

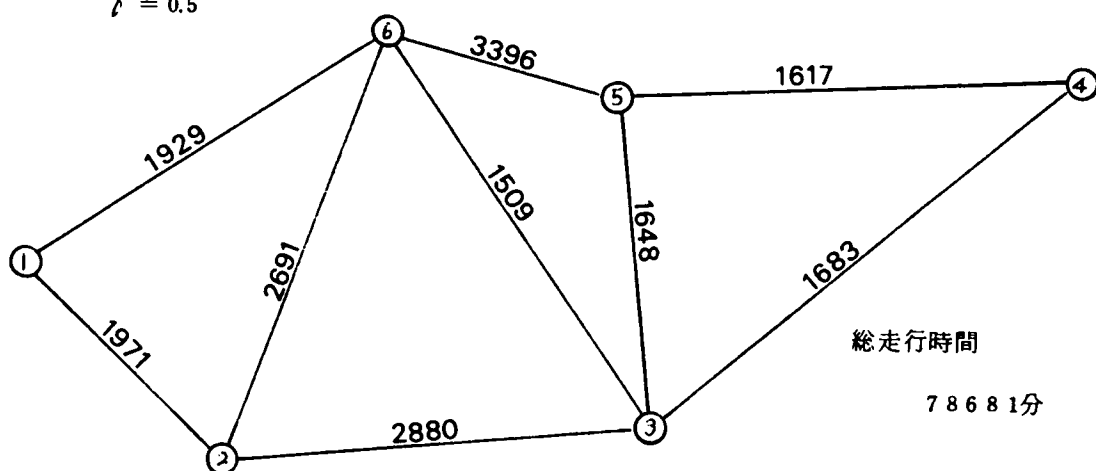


表- 5. 4. 2 容量制約のない確率最大化配分 - 配分交通量計算値

$\gamma = 0.5$

O D	第 1 経路	第 2 経路
① - ③	1321 ^{台/時}	379 ^{台/時}
① - ④	235	165
① - ⑤	512	188
① - ⑥	804	296
② - ④	526	274
② - ⑤	825	675
② - ⑥	1108	192
③ - ④	841	359
③ - ⑥	787	613
④ - ⑥	749	151

表- 5. 4. 3 容量制約のない確率最大化配分 - 配分交通量計算値

$\gamma = 0$ (均等配分)

O D	第 1 経路	第 2 経路
① - ③	850 ^{台/時}	850 ^{台/時}
① - ④	200	200
① - ⑤	350	350
① - ⑥	550	550
② - ④	400	400
② - ⑤	750	750
② - ⑥	650	650
③ - ④	600	600
③ - ⑥	700	700
④ - ⑥	450	450

通量と配分交通量が、また図 5. 4. 5 と表 5. 4. 4 には、 $\gamma \rightarrow \infty$ (all-or-nothing 法に相当) のときのリンク交通量と配分交通量を示されている。ところで、いま種々の γ の値に対して配分交通量を計算し、そのときの全トリップによる総走行時間 T を求めて、 γ と T との関係をもてみると、図 5. 4. 6 に示す

図-5.4.4 容量制約のない確率最大化配分 - リンク交通量計算値

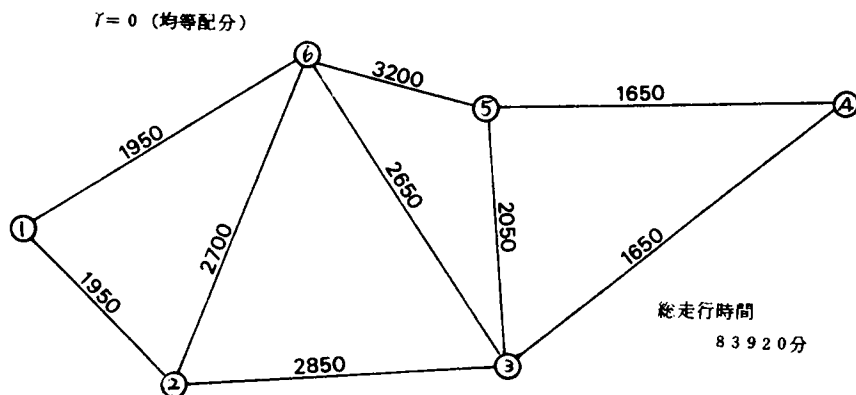


図-5.4.5 容量制約のない確率最大化配分 - リンク交通量計算値

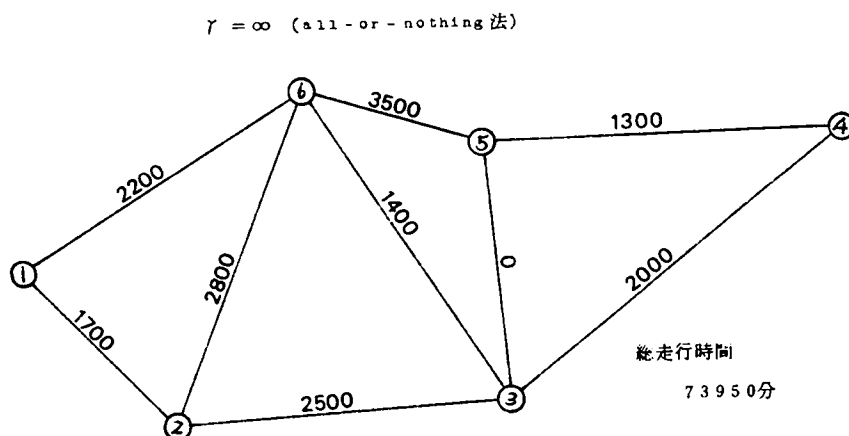
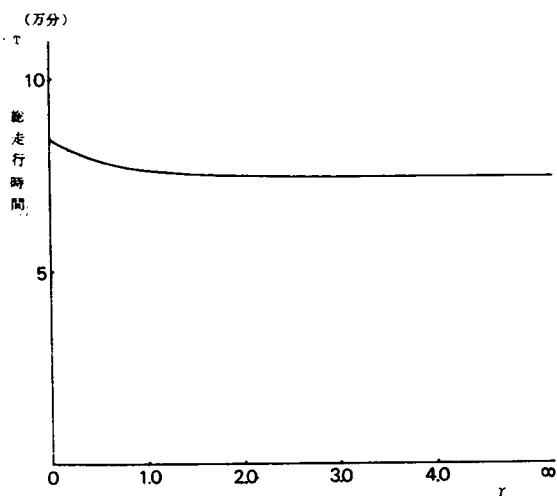


表-5.4.4 容量制約のない確率最大化配分 - 配分交通量計算値
 $\gamma = \infty$ (all-or-nothing 法)

O D	第1経路	第2経路
① - ③	1700 台/時	0 台/時
① - ④	400	0
① - ⑤	700	0
① - ⑥	1100	0
② - ④	800	0
② - ⑤	1500	0
② - ⑥	1300	0
③ - ④	1200	0
③ - ⑥	1400	0
④ - ⑥	900	0

図-5.4.6 γ と総走行時間の関係 (容量制約のない場合)



ような結果が得られた。すなわち $\gamma = 0$ のとき T は最大値 83920 分をとり、 γ の増加とともに T は単調減少し、 $\gamma \rightarrow \infty$ 、すなわち総走行時間最小化配分パターンにおいて最小値 73950 分を示している。

(2) 総走行時間が与えられる場合

実績の配分交通量との適合度を最大化することによって γ の値を決めるには当然のことながら配分交通量に関する実績データが必要となる。しかし一般的には道路網上の配分交通量に関する実績データを得ることは困難な場合が多い。これに対して、リンク交通量に関する実績データは調査が容易なこともあって比較的得られやすい。そこで実績のリンク交通量を与えられる場合は、これにリンク走行時間を乗じ、これをすべてのリンクについて加え合わせることで道路網全体での総走行時間が求められる。あるいはこの総走行時間をトリップ数で割って平均走行時間を求めてもよい。いずれにしても、配分計算によって得られた総走行時間（あるいは平均走行時間）が、実績のそれに一致するよう γ の値を適当に変えながら、反復計算によって最終的に γ を決定する方法が考えられる。次の計算例は、 γ の値を全トリップの総走行時間が 80000 分となるように、反復計算によって求めたもので、その結果は $\gamma = 0.34864$ であった。この反復計算は γ と T の関係を直線式で逐次近似しながら求めたもので、最初 $\gamma = 1.0$ と仮定したところ、表 5.4.5 に示すように、この計算例では 6 回の反復で γ 値が収束して

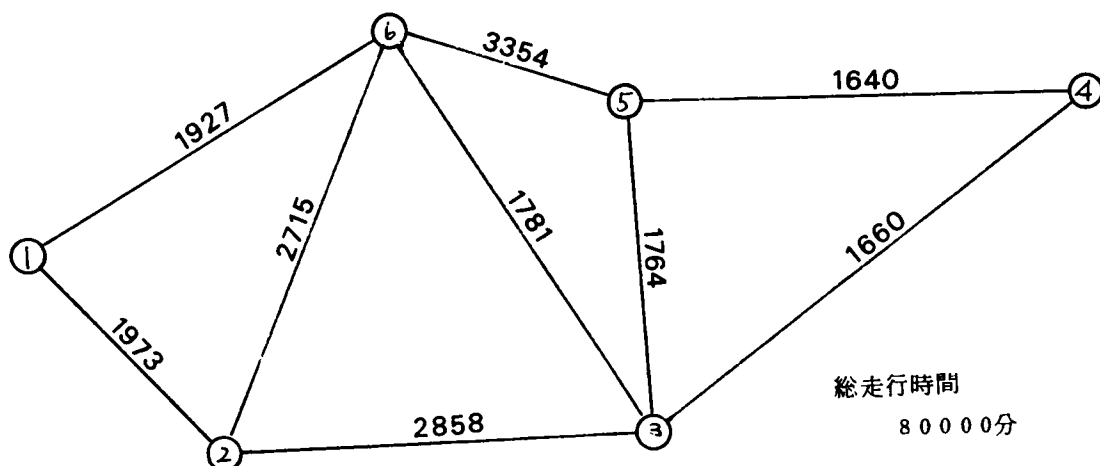
いる。ただし、これは収束の相対誤差を 0.5 % 以下とおいた場合である。なおこの収束した γ を用いたときのリンク交通量、配分交通量をそれぞれ図 5.4.7、表 5.4.6 に示す。
最後に、総走行時間が与え

表 - 5.4.5 γ の収束計算結果

計算ステップ	γ	総走行時間
	(初期値)	分
1	1.00000	76084
2	0.50022	78680
3	0.24621	81047
4	0.35857	79905
5	0.34921	79994
6	0.34863	80000

図 - 5. 4. 7 容量制約のない確率最大化配分 - リンク交通量計算値

$\gamma := 0.34864$ (総走行時間が与えられたとき)



られた場合の配分計算のとき、 γ の値を求めるための反復計算が果たして収れんし、解が得られるかという疑問が起こる。結論的に言えば、 γ と T の関係は、たとえば図 (5. 4. 6) に示したように、 γ が 0 から無限大の範囲で動くのに対し、 T の値は最大値 ($\gamma = 0$ のとき) と最小値 ($\gamma = \infty$ のとき) をもち、その間の比較的狭い範囲内の値しかとらない。したがって、あらかじめ与えられた T の値が、この範囲内の値であれば、必ず反復計算によって所定の T に対応する γ が求められるが

表 - 5. 4. 6 容量制約のない確率最大化配分 - 配分交通量計算値
 $\gamma = 0.34864$

(総走行時間が与えられたとき)

O D	第 1 経路	第 2 経路
① - ③	1199 ^{台時}	501 ^{台時}
① - ④	224	176
① - ⑤	467	233
① - ⑥	734	366
② - ④	489	311
② - ⑤	802	698
② - ⑥	1004	296
③ - ④	773	427
③ - ⑥	761	639
④ - ⑥	678	222

T がこの範囲外の値をとれば、このときは該当する γ の解が存在しないため、反復計算はいつまでも収れんしないことになる。したがって総走行時間が与えられた場合の配分計算で、以上のような解の存在が心配されるときは、あらかじめ与えられた総走行時間に対応する γ が存在するかどうかをチェックしておく必要がある。とくに各リンクの走行時間が一定値をとる場合は、 $\gamma = 0$ で総走行時間が最大値を、また $\gamma = \infty$ で最小値をとることがわかっているので、この2点での総走行時間をあらかじめ計算しておき、所定の T がこの範囲内の値であるかどうかをチェックしておけばよい。

5.5 交通容量制約のある確率最大化配分法

5.5.1 交通容量制約の表現方法

前述の確率最大化配分法では、容量制約の概念は全く考慮されていない。しかしながら、道路網上における現実の交通現象を考えてみると、交通が混雑してくると速度が低下して走行時間が増加するし、一方各リンクにはそれぞれ個有の交通容量があって、リンク交通量はこの容量を超過できない。したがって、より実際的な交通量配分を行なうには、たとえば交通混雑による走行時間の増大（または走行速度の低下）の影響、あるいは道路容量に関する制約条件を導入することが必要となる。

ところで、交通量配分の問題に容量制約の概念を導入する具体的な方法としては、交通混雑による走行時間の増大（または走行速度の低下）の影響を、交通量一走行時間曲線または交通量一走行速度曲線導入によって考慮する方法（capacity restraint）と、直接、道路の容量制限を不等式条件の形で与える方法（capacity limitation）の2つが従来から用いられてきた。

前者の方法は従来から広く用いられてきた方法で、この方法は配分手法の違いによって、さらに反復計算による方法、分割配分による方法、および連立方程式による方法とに分類することができる。まず反復計算による方法は、最初、交通量0の状態における各リンクの走行時間（または走行速度）をもとに配分計算を行ない、その結果各リンクの走行時間（または走行速度）を所定の走行時間関数によって修正し、この修正された走行時間（または走行速度）をもとに新たに配分計算が行なわれる。この反復計算は平衡状態になるまで続けられる。この方法に属するものとしては、BPR法、Wayne法、TRC法、トラフィックシミュレーション法⁶²⁾などがある。一方分割配分による方法は、走行時間を修正するための反復計算を避けるために考えられたもので、全交通量をあらかじめ幾つかに分割し、まずその1部を所定の配分手法によって道路網上に配分し、つぎに各リンクの走行時間（または走行速度）を修正して、この修正された走行時間（または走行速度）をもとに、つぎの一部の交通量が配分される。この配分計算は全交通量を配分し終えた時点で

終了する。この分割配分による方法は、走行時間（または走行速度）を段階的かつ不連続に修正してゆくものであり、いわば階段状の走行時間関数を用いたものといえることができる。この方法には、MIT法、Chicago法、Pittsburgh法、などがある。また連立方程式による方法は、配分手法が何らかの形で定式化される場合に限られた方法で、交通量と走行時間（または走行速度）の関係式を含んだいくつもの配分方程式を連立させて解くことによって求められる。しかしながら、この方程式が非線形となる場合は、一般に計算は逐次近似による反復計算によらねばならない。なおこの方法の代表例として、星野の方法⁶³⁾、走行時間関数を導入した輸送計画的配分法などがある。

以上の走行時間関数を導入した配分方法は、現実の交通現象にみられる交通量の増加による走行時間の増大（または走行速度の低下）の影響を、直接配分手法の中に組み入れたものであるから、現実の交通現象に近い配分を可能ならしめるといえる。問題は、いかに適合性のよい走行時間関数を設定するかということである。なお走行時間関数として、交通量－走行時間曲線と交通量－走行速度曲線のどちらを用いるべきかについては、一般には両者に大した差はないと考えられている。

一方後者の容量制限不等式による方法は、道路容量の制限を不等式条件として与える方法で、したがってこの方法によれば、あらかじめ与えられた道路容量以上に交通量が配分されることは絶対にない。このような方法は、ある目的関数を最適化するように定式化されたような配分手法に好都合な方法で、その代表的な例が、線形計画法（LP）の問題として定式化された輸送計画的配分法である。しかしこの方法では、容量一杯になるまでは、容量制約が交通の流れに全く影響をもたないことになり、交通量の増加と共に徐々にかつ連続的に容量制約の影響がみられる現実の交通現象を考えれば、いくらか非現実的であるといえる。

以上のように容量制約の考え方として、走行時間関数を用いる方法と、容量制限不等式を用いる方法があるが、このうち前者は交通流を均質な流体とみたときに、実際の交通現象にみられる交通量と平均走行時間（あるいは走行速度）の関係を、

直接導入した方法であるから、リアルタイム的な交通現象を対象とした交通量配分に適した方法であり、一方後者は比較的長時間にわたる交通現象の平均値的な状況（たとえば日交通量）を対象とした交通量配分に適しているといえよう。ただこの点に対しては、容量制約の導入方法だけでなく配分モデル自体にも大いにかかわりのある問題である。

5.5.2 走行時間関数を用いて交通容量制約を表現する場合

(1) 定式化およびその解法⁶⁴⁾

すでに述べたように、実際の交通現象に整合した交通量配分を行なう方法の1つとして、交通混雑による走行時間の増加の影響を考慮する方法が考えられる。これは一般には走行時間関数を導入することによって行なえる。ところで走行時間関数は各リンクごとに設定されるものであるから、いま対象とする道路網が ℓ 本のリンクから構成されているとして、そのうち、リンク h ($h = 1, 2, \dots, \ell$) 上の走行時間をそのリンク上の交通量の関数として、一般に次のように表わすことにする。

$$T_h \left(\sum_i \sum_k \delta_{ik}^h y_i^k \right) \quad (5.5.1)$$

ここに δ_{ik}^h は i なるODをもつ経路 k が、リンク h を含むとき1、含まないとき0の値を取る定数である。このとき当該道路網全体での総走行時間は、各リンクの（交通量×走行時間）の和として

$$\sum_i \sum_k \sum_h \delta_{ik}^h y_i^k T_h \left(\sum_i \sum_k \delta_{ik}^h y_i^k \right) \quad (5.5.2)$$

のように表わせる。

よってこの場合の目的関数は

$$\sum_i \sum_k \sum_h \delta_{ik}^h y_i^k T_h \left(\sum_i \sum_k \delta_{ik}^h y_i^k \right) + \sum_i \sum_k y_i^k \log y_i^k \quad (5.5.3)$$

となる。したがって問題は、上式を先に示したOD交通量に関する制約条件式(5.3.5)のもとで最小化すればよいことになる。したがってこのときのラグランジュ関数は

$$\gamma \sum_i \sum_k \sum_h \delta_i^k y_i^k T_h (\sum_i \sum_k \delta_i^k y_i^k) + \sum_i \sum_k y_i^k \log y_i^k + \sum_i \lambda_i (\sum_k y_i^k - x_i) \quad (5.5.4)$$

となり、これより

$$y_i^k = \frac{\exp\{-\gamma \sum_h \delta_i^k (T_h + \sum_i \sum_k \delta_i^k y_i^k T_h')\}}{\sum_k \exp\{-\gamma \sum_h \delta_i^k (T_h + \sum_i \sum_k \delta_i^k y_i^k T_h')\}} X_i \quad (5.5.5)$$

を得る。ただし上式において T_h' は容量関数 T_h の y_i^k に関する 1 階導関数である。

しかしながら走行時間関数を導入した確率最大化配分法では、求める解 y_i^k を陽の形で解くことが一般には困難となる。そこでリンク交通量を

$$\sum_i \sum_k \delta_i^k y_i^k = Q_h \quad (5.5.6)$$

とおいたとき

$$F_h(Q_h) = T_h + Q_h T_h' = \frac{d}{dQ_h} \{Q_h T_h\} \quad (5.5.7)$$

で表わされる仮想的な走行時間関数 F_h ($h = 1, 2, \dots, l$) を導入すれば、先の式 (5.5.5) は

$$y_i^k = \frac{\exp(-\gamma \sum_h \delta_i^k F_h)}{\sum_k \exp(-\gamma \sum_h \delta_i^k F_h)} X_i \quad (5.5.8)$$

となるので、式 (5.5.8) を用いた反復計算によって、走行時間を逐次修正しながら y_i^k を求める方法を考えることにする。

図-5.5.1 は、走行時間関数を線形と仮定した場合の、走行時間の収束経過を図示したものである。図-5.5.1 はある 1 つのリンクについて取り上げたものであるが、最初リンク交通量 0 のときの走行時間 T_1 を用いて配分計算を行なう。その結果 Q_1 なるリンク交通量を得る。次にリンクの走行時間は、容量関数によって Q_1 に

対応する T_2 に修正される。この T_2 は先の T_1 より一般には大きな値をとる。^{注)} 次に T_2 を用いて再び配分計算を行なうと、 Q_2 なるリンク交通量を得る。 Q_2 は一般に Q_1 より小さくなる。再び走行時間関数によってリンク走行時間は T_2 から T_3 に修正される。以上の計算を反復することによって、やがて Q_n と T_n が走行時間関数上の点となり、これをもって収束計算は終了する。

図 - 5.5.1 走行時間の収束状況(その1)

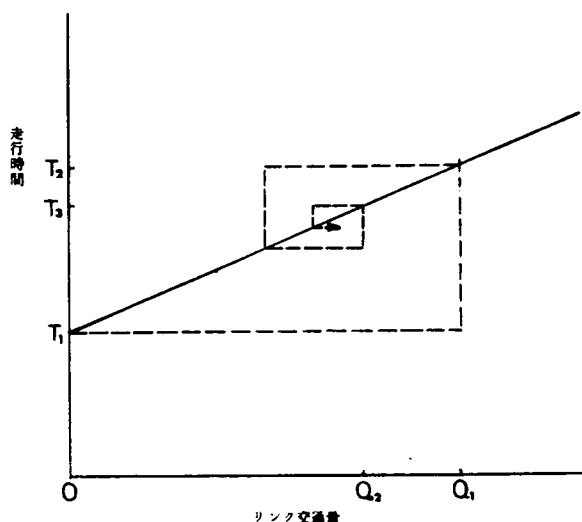
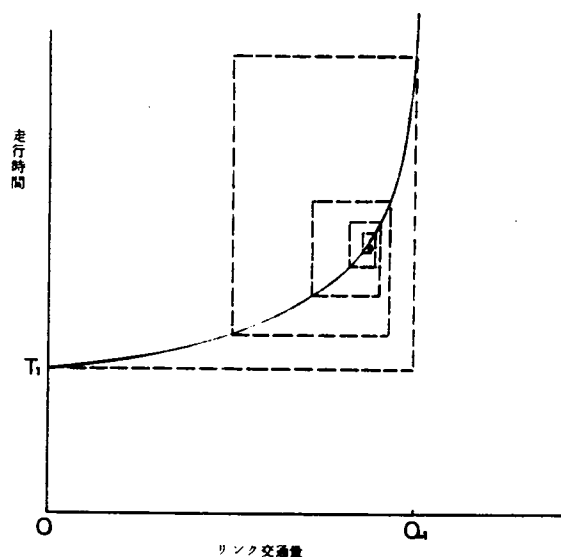


図 - 5.5.2 走行時間の収束状況(その2)

しかし以上の方法では、収束するまでの反復回数が非常に多くなることがある。とくに走行時間として図 - 5.5.2 に示すようなリンク交通量の増加と共に、急激に走行時間が増加するような関数形を採用したとき、反復回数がきわめて多くなり、場合によれば、振動して収束しないことさえある。そこでこのような反復計算を加速するために、次のような収束計算方法を提案する。



手順 1) f を仮定し、さらに式 (5.5.7) で与えられる仮の走行時間関数において、リンク交通量が 0 のときの仮のリンク走行時間(これを $F_h(1)$ とおく)を

注) ^{走行時間} 容量関数が単調増加関数の場合

用いて、式(5.5.8)より配分交通量 y_i^k を計算する。

手順2) 各リンクごとに、所定の仮の走行時間関数によって新たな仮のリンク走行時間 $F_h^*(1)$ を求める。

手順3) 2回目の反復計算に用いる仮のリンク走行時間 $F_h(2)$ を次の補正式

$$F_h(2) = \frac{m F_h(1) + F_h^*(1)}{m + 1} \quad (5.5.9)$$

によって求める。ただし、上式の m はこの収束計算を安定させるために導入される定数で、問題により適当に選ばれる。

手順4) 手順1)に戻り、 $F_h(1)$ のかわりに $F_h(2)$ を用いて計算が繰り返される。一般に n 回目 ($n = 1, 2, \dots$)の反復計算に用いる仮のリンク走行時間 $F_h(n)$ は、

$$F_h(n) = \frac{m F_h(n-1) + F_h^*(n-1)}{m + 1} \quad (5.5.10)$$

によって与えられ、この反復計算は $F_h(n)$ と $F_h(n+1)$ が一致するまで続けられる。

手順5) 最終的に得られた仮のリンク走行時間を用いて、配分交通量が求められる。またそのときの真のリンク走行時間 T_h は式(5.5.7)の関係から逆算すればよい。

なお式(5.5.9)、および式(5.5.10)で用いられる定数 m の値は一般には1でよい。しかしあらかじめ仮定する走行時間関数の形によって、上述の反復計算が収束せず振動することがある。これを防ぐには、 m の値を適当に大きく取って、 $F_h(n)$ の急激な変動を避け、収束計算の安定化を計る必要がある。しかし m の値をあまり大きく取ると、それだけ計算の反復回数が増加するので、一般には収束傾向をみながら、段階的に m の値を小さく変化させて、この収束計算を加速することも必要であろう。なおこの点については、後述の計算例の中でさらに詳しく検討して

みる。

(2) 解の存在とその唯一性

走行時間関数を導入した確率最大化配分法では、リンクの走行時間を逐次修正するための反復計算を行なうことによって、解が求められることは先に示したとおりである。ただしこのとき、解の存在とその唯一性が保証されていなければならない。

そこで、次に走行時間関数を導入したときの確率最大化配分法の解の存在とその唯一性について考えてみよう。先に明らかにしたように、走行時間関数を導入した確率最大化配分法は、式(5.5.3)で与えられる目的関数によって定式化される。いま式(5.5.3)を改めてRとおく。

$$R \equiv \gamma \sum_i \sum_k \sum_h \delta_i^k y_i^k T_h \left(\sum_i \sum_k \delta_i^k y_i^k \right) + \sum_i \sum_k y_i^k \log y_i^k \quad (5.5.11)$$

いま上式の1階微分R'，2階微分R''を取ると。

$$R' = \gamma \left\{ \sum_h \delta_i^k T_h' \left(\sum_i \sum_k \delta_i^k y_i^k \right) + \sum_i \sum_k \sum_h \delta_i^k y_i^k T_h' \left(\sum_i \sum_k \delta_i^k y_i^k \right) \right\} + \log y_i^k + 1 \quad (5.5.12)$$

$$R'' = \gamma \left\{ 2 \sum_h \delta_i^k T_h'' \left(\sum_i \sum_k \delta_i^k y_i^k \right) + \sum_i \sum_k \sum_h \delta_i^k y_i^k T_h'' \left(\sum_i \sum_k \delta_i^k y_i^k \right) \right\} + 1/y_i^k \quad (5.5.13)$$

ここに T_h' ， T_h'' は走行時間関数 T_h のそれぞれ1階導関数，2階導関数を表わしている。

式(5.5.13)において、 $0 \leq y_i^k \leq X_i$ ($i = 1, 2, \dots, r$, $k = 1, 2, \dots, q$)の範囲で走行時間関数 T_h が微分可能で、かつ $T_h' \geq 0$ ， $T_h'' \geq 0$ のとき、すなわち、走行時間関数 T_h が単調増加で、かつ広義の凸関数ならば、式(5.5.13)は非負となり、よって目的関数Rは広義の凸関数となることが証明される。よって0

$\leq y_i^* \leq X_i$ の範囲で目的関数を最小とする解が唯一つ存在することが明らかとなる。ところで一般に用いられる走行時間関数は広義の凸関数（線形を含む）であることが多いから、このような走行時間関数を用いている限りにおいて、解が唯一つ存在するから、先に示した収束計算によって必ず解が得られることになる。

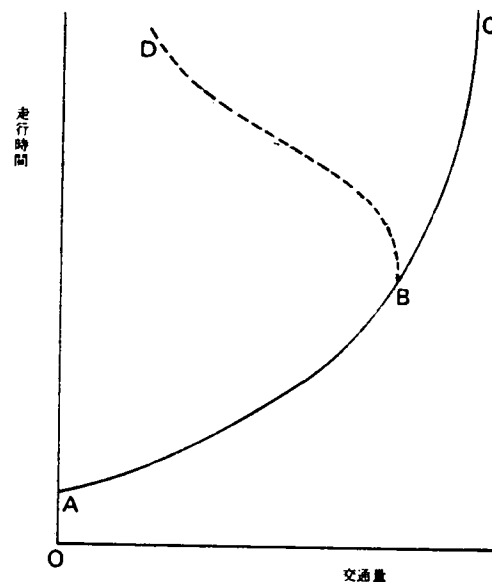
(3) 走行時間関数の検討

走行時間関数というまでもなく、ある道路区間における交通量と走行時間の関係を表わす式で、道路条件や交通条件の影響を受けて、各道路区間ごとに異なる形をもつものである。したがって、一般に走行時間関数形の決定は、基本的には各道路区間での観測データに基づいて行なわれなければならない。

ところで第2章の2.2で明らかにしたように、一般に走行速度と交通量の関係は臨界密度以下の範囲では、ほぼ直線で表わされることを述べた（図-2.2.1参照）。

図5.5.3 交通量と走行時間の関係

いまこの関係を走行時間と交通量の関係に直して図示すると、図-5.5.3の実線部分A-Bに示すような単調増加の凸形曲線となる。さらに車が増加して臨界密度に達すると、いわゆる交通渋滞の状態に至り、交通量は再び減少し、走行時間は急激に増加し始める。この間の状態は図5.5.3の破線部分（A-B-D）で示されている。



しかしながら、一般に交通量配分の問題を取り扱う場合、交通が渋滞してもいずれはその区間を通過することができるという現実的な面から、走行時間関数としては図-5.5.3の実線部分A-B-Cで示された曲線形が一般に用いられることになる。

たとえば、アメリカの Bureau of Public Roads が開発した BPR 法では、図-5.5.4 に示すような走行時間関数を用いている⁶⁵⁾。ただしこのときの容量は実用交通容量 (practical capacity) が用いられている。Detroit Area Traffic Study (CATS) と Computing Center at Wayne State University が共同で開発した Wayne 法では、図-5.5.5 に示すような走行時間関数が用いられている⁶⁶⁾。以上2つの方法では、各リンクごとにそれぞれ走行時間関数を決定する煩雑さを避けるため、リンク交通量をその容量で割ることにより、規準化した関数形を採用している。また、Traffic Research Corporation が開発した TRC 法では、車種、速度規制、信号機数によって17種の走行時間関数を導入しているが⁶⁷⁾、その一般形は図-5.5.6 に示すとおりである。

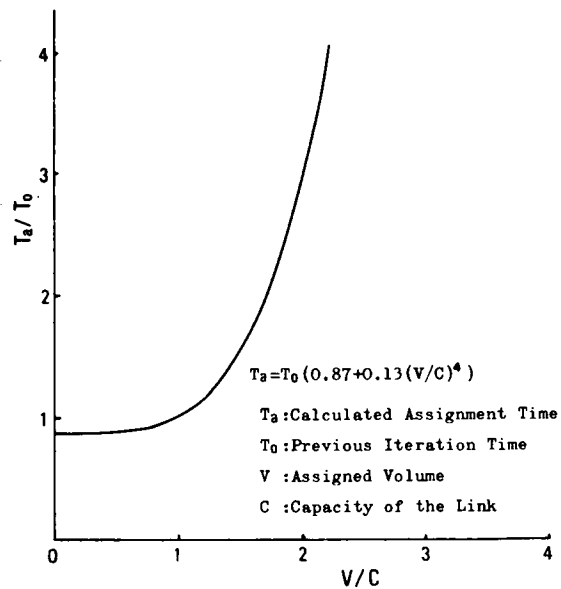


図5.5.4 BPR CAPACITY FUNCTION

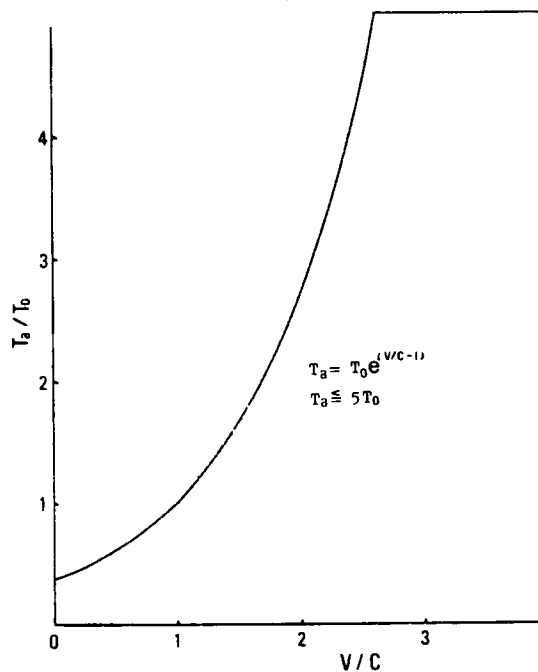


図5.5.5 WAYNE CAPACITY FUNCTION

走行時間関数形を決定するとき、勿論現実の交通量と走行時間の関係にもっとも近い関数形を選ぶことが重要であるが、一方配分計算上の技術的な検討もしておく必要がある。たとえば扱う交通量が比較的少なく、容量に対して十分余裕があると考えられる場合は、走行時間関数をもっとも簡単な線形で仮定することによって、

計算量を減らすことも必要であるし、また、図-5.5.4～図-5.5.6に示したような走行時間関数では、与えられたリンク容量を越えて交通量が配分されることもあり得るので、絶対に容量を越えるようなことを避ける必要がある場合は、たとえば図-5.5.7に示したような走行時間関数⁶⁸⁾を用いれば、容量近くになると無限大に走行時間が増大するため、実際には容量を越えて交通量が配分されるようなことはなくなる。

なお、交通量と走行時間の関係を、走行時間関数によって表わし、容量制約を考慮する方法は以上のとおりであるが、中には交通量と走行速度の関係を用いた表現方法も、従来から広く用いられている。たとえば Chicago Area Transportation Study

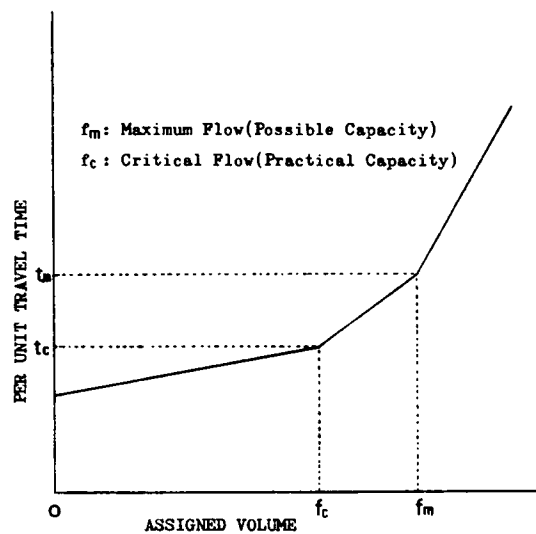


図-5.5.6 TRC CAPACITY FUNCTION

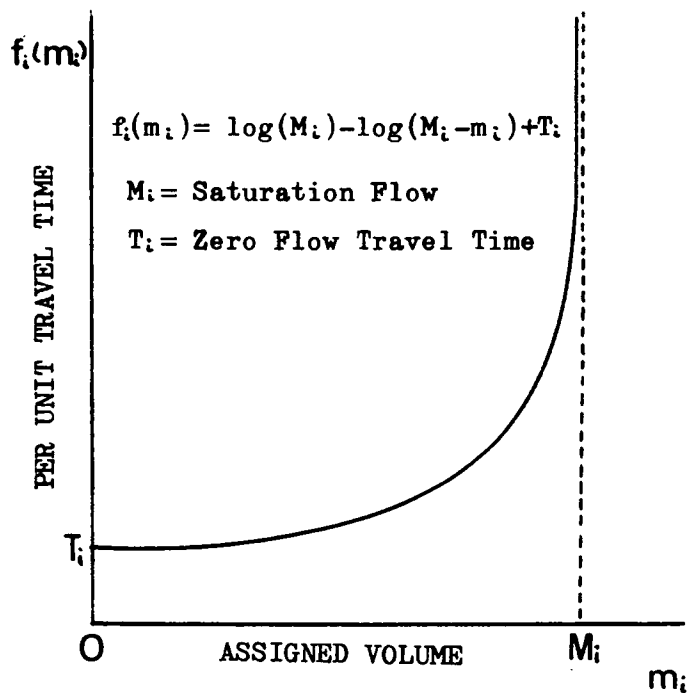


図5.5.7 LOGARITHMIC CAPACITY FUNCTION

(CATS) で用いられた Chicago 法 (図 - 5.5.8 参照) や Pittsburgh Area Transportation Study (PATs) で用いられた Pittsburgh 法 (図 - 5.5.9 参照), またわが国の広島都市圏総合交通計画に用いられた方法⁶⁹⁾ (図 - 5.5.10 参照) など, その代表例である。しかし計算技術, 計算量いずれをとっても, 交通量-走行時間の関係を用いる場合と大差ない。

(4) 計算例

計算例として, 先の 5.4. で容量制約のない場合の計算例として取り上げた道路網 (図 - 5.4.1) と OD 交通量 (表 - 5.4.1) を, ここで再び取り上げることにする。計算の前提は前と全く同じである。すなわち, 各 OD ごとにそれぞれ 2 本の経路を指定しておき, その経路は先と同じバス行列 (5.4.1) および (5.4.2) で与えられているとする。

さて, 走行時間関数を導入した確率最大化配分法では, 前述の逐次近似解法によって, どのような走行時

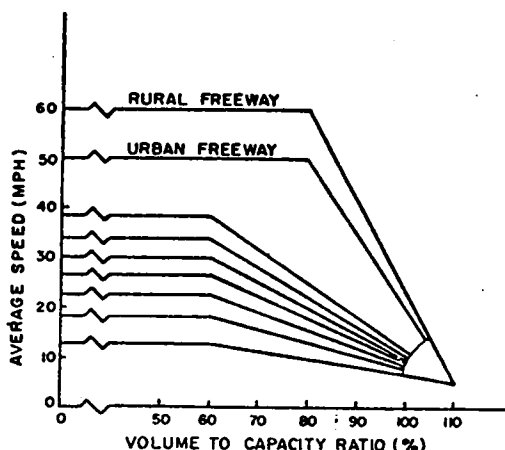


図 - 5.5.8 CHICAGO CAPACITY FUNCTION

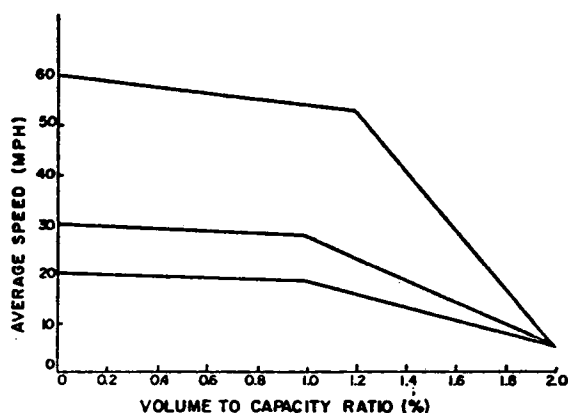


図-5.5.9 PITTSBURGH CAPACITY FUNCTION

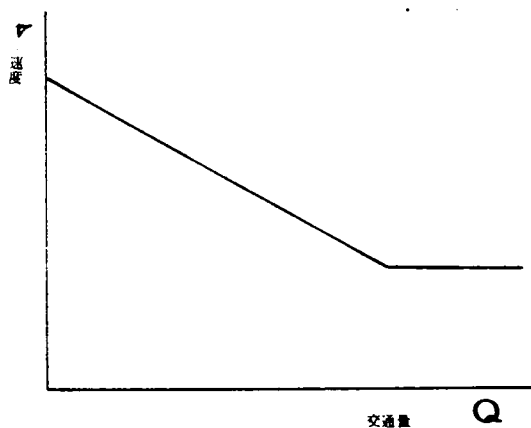


図-5.5.10
広島都市圏総合交通計画の交通量-速度曲線

間関数を用いても一般には求解可能であって、しかもその走行時間関数が単調増加で凸な関数形であるかぎり、この配分法の解の存在とその唯一性が証明される。そこで、次に示す計算例では、2通りの関数形を考えてみることにする。

$$T_h = a_h Q_h + b_h \quad (5.5.14)$$

$$T_h = a_h Q_h^3 + b_h Q_h + c_h \quad (5.5.15)$$

ここに

T_h = リンク h ($h = 1, 2, \dots, 9$) の走行時間 (分)

Q_h = リンク h の交通量 (台/時)

a_h, b_h, c_h = リンク h の道路条件 (延長, 幅員など) によって決まる定数式 (5.5.14) で与えられる曲線は、リンク上の走行時間と交通量の関係をもっとも簡単な線形に仮定したものである。計算では、各リンクの線形走行時間関数の定数 a_h, b_h をそれぞれ表 - 5.5.1 のように仮定することにする。

表 5.5.1 線形走行時間関数の定数

リンク番号	a_h	b_h
$h = 1$	0.0030	6.0
2	0.0015	3.0
3	0.0025	5.0
4	0.00225	4.5
5	0.0020	4.0
6	0.0009	1.8
7	0.00135	2.7
8	0.0025	5.0
9	0.0030	6.0

一方式 (5.5.15) で与えられる曲線は、リンク交通量の増加とともに走行時間が急激に増大するように設定した非線形な曲線で、この曲線によれば、リンク交通量が容量近くになると、走行時間に関して大きなペナルティを持つようになるので、容量以上に交通量が配分されることをある程度防ぐこ

とができる。各リンクの非線形走行時間関数の係数 a_h, b_h, c_h を表 - 5.5.2 に示すように仮定しておく。なお図 - 5.5.11 は参考のためリンク 1 における上記 2 種類の走行時間関数を図示したものである。

1) , r が与えられる
場合

確率最大化配分法においては、定数 r が配分比率を決定する重要なパラメーターであることは、すでに前に述べたとおりである。

配分計算にあたって、この r の値を決定する方法としては、先の容量制約のない場合の計算例の中で提案した方法が、容量制約を考慮した場合でもやはり有効である。いずれにせよ r があらかじめ与えられるとき、先の 5.5.2 の(1)の中で示した逐次近似解法によって配分計算を行なうことができる。そこで先の容量制約のない場合の計算例と同じく、 $r = 0.5$ と仮定して計算したときの配分結果を示すと、

表 - 5.5.2 非線形走行時間関数の定数

リンク番号	a_h	b_h	c_h
$h = 1$	0.43280×10^{-9}	1.0270×10^{-3}	6.0
2	0.21640×10^{-9}	0.5135×10^{-3}	3.0
3	0.36067×10^{-9}	0.8558×10^{-3}	5.0
4	0.32460×10^{-9}	0.7702×10^{-3}	4.5
5	0.28854×10^{-9}	0.6847×10^{-3}	4.0
6	0.12984×10^{-9}	0.3081×10^{-3}	1.8
7	0.19476×10^{-9}	0.4621×10^{-3}	2.7
8	0.36067×10^{-9}	0.8558×10^{-3}	5.0
9	0.43280×10^{-9}	1.0270×10^{-3}	6.0

図 - 5.5.11 走行時間関数 (リンク 1 の場合)

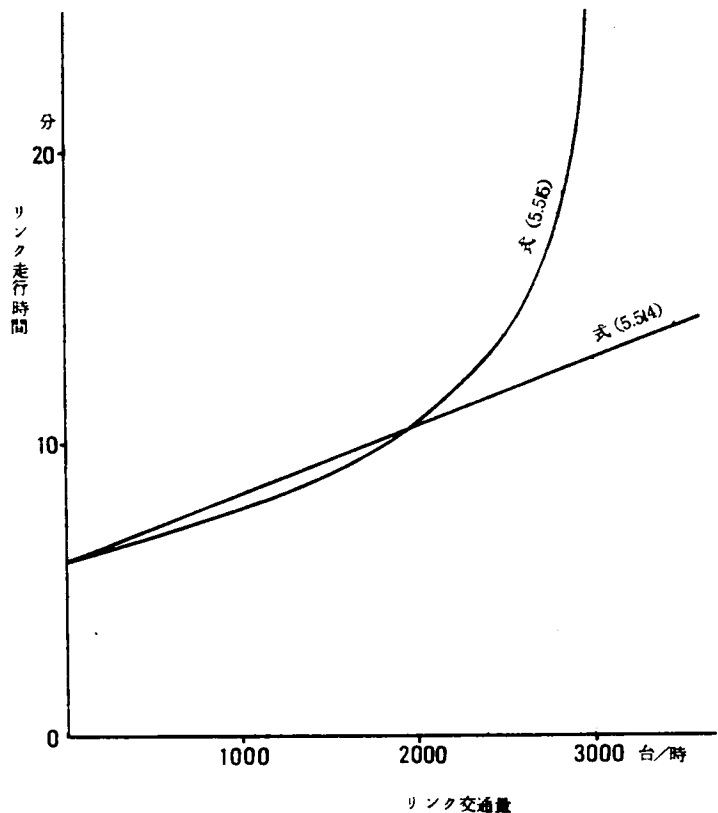


図 - 5. 5. 1 2 線形走行時間関数を用いた確率最大化配分

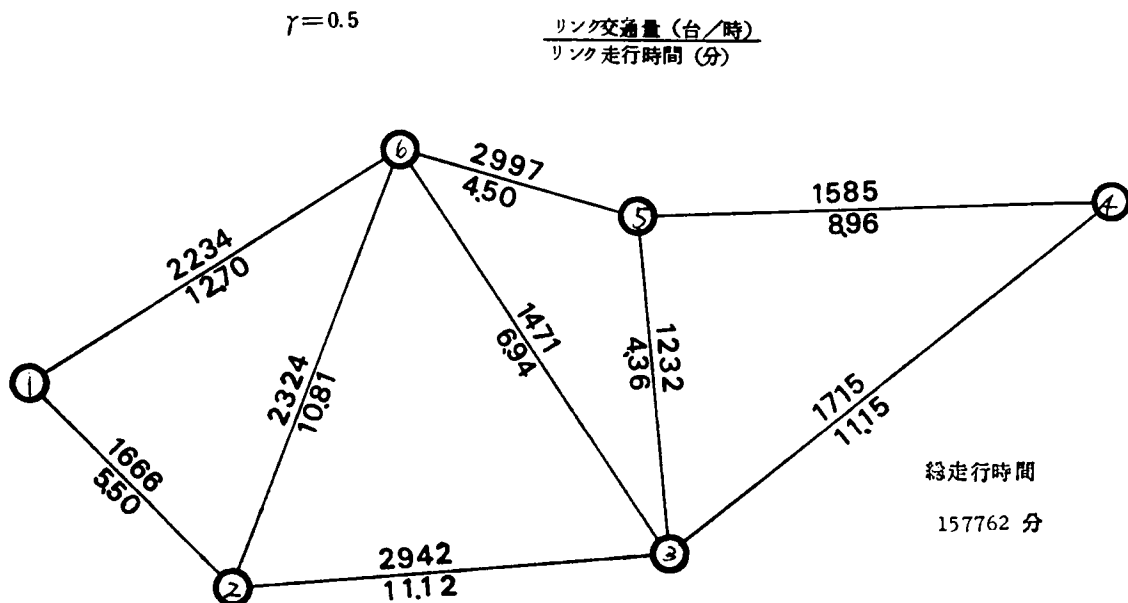


表 - 5. 5. 3 線形走行時間関数を用いた確率最大化配分

$\gamma = 0.5$

配分交通量計算値

O D	第 1 経 路		第 2 経 路	
	配分交通量	経路走行時間	配分交通量	経路走行時間
① - ③	1454 台/時	16.62 分	246 台/時	19.64 分
① - ④	311	26.16	89	27.77
① - ⑤	652	17.20	48	20.81
① - ⑥	1024	12.70	76	16.31
② - ④	636	22.27	164	24.27
② - ⑤	741	15.31	759	15.48
② - ⑥	1295	10.81	5	18.06
③ - ④	949	11.15	251	13.33
③ - ⑥	1178	6.94	222	8.86
④ - ⑥	858	13.46	42	18.09

図 - 5. 5. 1 3 非線形走行時間関数を用いた確率最大化配分

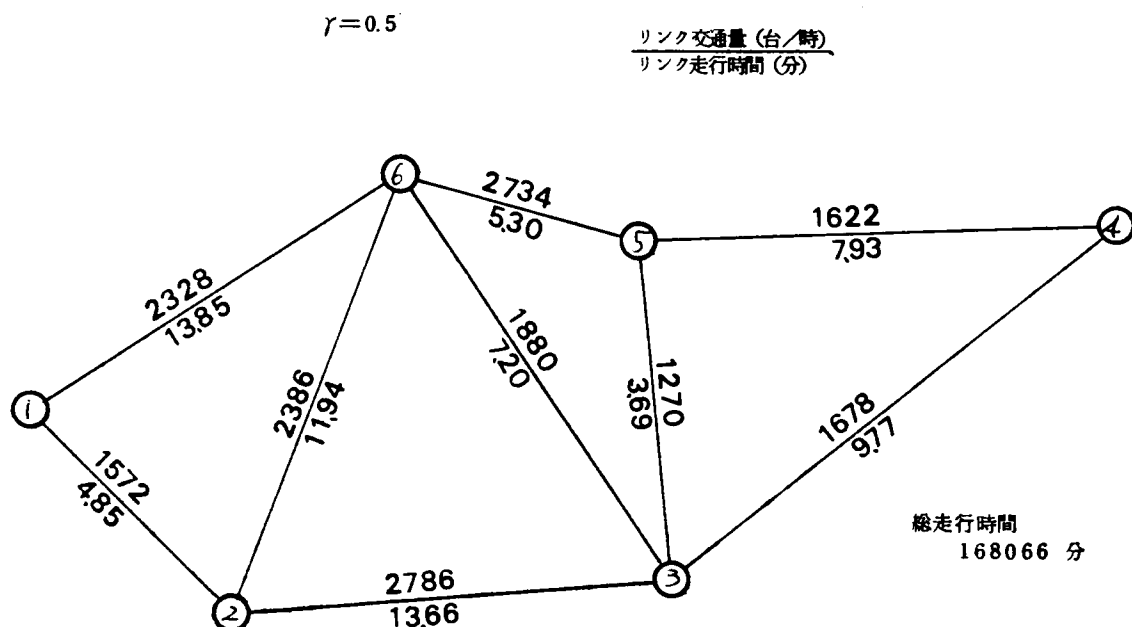


表 - 5. 5. 4 非線形走行時間関数を用いた確率最大化配分

$\gamma = 0.5$

配分交通量計算値

O D	第 1 経 路		第 2 経 路	
	配分交通量	経路走行時間	配分交通量	経路走行時間
① - ③	1244 台/時	18.32 分	456 台/時	21.06 分
① - ④	286	27.08	114	28.09
① - ⑤	617	19.15	83	21.88
① - ⑥	970	13.85	130	16.59
② - ④	599	23.44	201	25.16
② - ⑤	671	17.23	828	17.35
② - ⑥	1300	11.94	0	20.87
③ - ④	849	9.77	351	11.61
③ - ⑥	1369	7.20	91	8.98
④ - ⑥	735	13.22	115	16.97

線形走行時間関数を用いた場合のリンク交通量と各経路への配分交通量については図－5.5.1 2 および表－5.5.3 に、また非線形走行時間関数を用いた場合については、それぞれ図－5.5.1 3 と表－5.5.4 に示すとおりである。表－5.5.3 および表－5.5.4 で注目されるのは、必ずしも走行時間の短い経路に多く交通量が配分されないということである。この計算例では、線形、非線形いずれの走行時間関数を用いた場合も、OD ②－⑤で走行時間の長い第2経路の方が、走行時間の短い第1経路より配分交通量が多くなっている。ただしこのような現象が起こるのは、 r の値が比較的大きくまた両経路の走行時間が非常に接近している場合だけである。

走行時間関数を導入した確率最大化配分法の解法において問題となるのは、逐次近似計算の中で用いる定数 m の値のとり方である。とくにリンク交通量の増加とともに、急激にリンク走行時間が増加するような非線形走行時間関数を用いたときはこの反復計算が振動して容易に収束しないことがある。一般に m の値を大きくとって、式(5.5.10)による走行時間の補正を徐々に行なえば、計算は安定して反復計算が収束せずに振動を繰り返すようなことは避けられるが、反復回数は増える。一方 m の値を逆にあまり小さくすると、解が収束せず振動する恐れがでてくる。そこで r と m の値と反復回数に関連性をみるため、いくつかのケースについて計算を行なってみた。その結果は表－5.5.5 と表－5.5.6 に示すとおりである。すなわち線形走行時間関数を用いた場合については、 $r = 0.5, 3.0, 5.5$ について行なったが、いずれの場合も必ずしも m の値が大きくなれば反復回数が一様に増加するというわけではなく、 m の値があまり小さくなりすぎても反復回数が増え、したがって反復回数を最小とする m の値があることが判った。しかもこの反復回数が最小となるとき m の値は、 r の値が大きくなるに比例して大きくなる傾向がみられる。すなわち $r = 0.5$ のときは $m = 3$ 、 $r = 3.0$ のときは $m = 6$ 、 $r = 5.5$ のときは $m = 11 \sim 13$ のときの反復回数が最小となる。しかしこのときの最小反復回数自体は r の値が大きくなると逆に小さくなっている。すなわち $r = 0.5$ のときの反復回

表 5.5.5

r - 値, m - 値と反復回数の関係
(線形走行時間関数を用いた場合)

γ	m	反復回数
0.5	6	4 6
	5	3 8
	4	2 9
	3	2 1
	2	3 6
	1	収束せず *
3.0	10	2 9
	9	2 7
	8	2 3
	7	2 1
	6	1 9
	5	9 0
	4	収束せず *
5.5	14	1 7
	13	1 5
	12	1 5
	11	1 5
	10	2 3
	9	4 8
	8	収束せず *

* 正確には反復回数が400回を超えるものをいう。

表 5.5.6

r - 値, m - 値と反復回数の関係
(非線形走行時間関数を用いた場合)

γ	m	反復回数
0.5	29	169
	24	141
	19	114
	14	87
	9	59
	4	収束せず *
1.5	49	202
	44	181
	39	162
	34	142
	29	123
	24	103
	19	84
	14	収束せず *
2.5	69	228
	64	212
	59	195
	54	180
	49	163
	44	146
	39	131
	34	114
	29	収束せず

* 正確には反復回数が400回を超えるものをいう。

数は21回、 $r = 3.0$ のときは19回 $r = 5.5$ のときは15回という具合である。いずれにしても、線形走行時間関数を用いた場合は、後述の非線形走行時間関数を用いた場合に比べて、相対的に反復回数が少なく、したがって計算時間が少なくてすむ。

一方非線形走行時間関数を用いた場合は、 $r = 0.5, 1.5, 2.5$ について計算を行なったが、 r と反復回数が最小となる m との関係は、線形走行時間関数の場合と同じく、ほぼ比例の関係がみられる。しかしこのときの最小反復回数と r との関係は、前と異なり r が大きいほど反復回数も多くなる傾向を示している。また、 m の値と反復回数について表-5.5.6の結果をみると、一見 m の値が小さいほど反復回数も小さくなっているように見えるが、これはこの計算結果が m の値を5刻みで変化させて行なったものであり、たとえば $r = 0.5$ のとき、 $m = 9$ のときの反復回数は59回であるが、 $m = 4$ のときは収束せず（正確に言えば反復回数が400回を超える）。したがって正確には m の値が9回から4回の間で反復回数を最小にする m の値が存在し、しかもその値より m が小さくなると逆に反復回数は増大するはずである。これは $r = 1.5, 2.5$ の場合についてもいえることである。いずれにしても非線形走行時間関数を用いた場合は、線形走行時間関数を用いるよりも一般に反復回数が多くなり、計算時間が増加することは覚悟しなければならないようである。

以上のように、定数 m の値は反復回数に影響するところが大きいのであるが、反復回数を最小とする最適な m の値をあらかじめ予想することは、これだけの結果からでは困難である。 r の値によっても変わってくるし、しかももっと重要なことは対象とする道路ネットワークの形態や仮定する走行時間関数によっても、大いに影響を受けるということである。したがって、いまのところ m の適切な決定方法というものはない。ただ計算時間をみると、反復回数の多い場合は1回当りの計算時間が比較的短く、反復回数が少ない場合は逆に1回当りの計算時間は長くなる傾向がみられるので、どのような m の値を用いても収束するまでの計算時間として考えてみれば、それほど大きな差はないようである。問題なのは m の値をある値以下に小

さくしたとき、収束せず振動を繰り返す恐れがある点である。したがってこれを防ぐには、ある程度 m の値を大きくとって(とくに非線形な走行時間関数を用いるときは)計算すればよいということであろう。また計算プログラムの中で工夫することによって、反復計算の途中で m の値を変えることにより、収束計算を加速することも考えてよいであろう。

次に図-5.5.14および図-5.5.15は、種々の r の値に対して配分交通量を計算し、そのときの全トリップによる総走行時間 T を求めて、この r と T の関係を図示したものである。走行時間関数が線形の場合は $r=0$ のとき T は最大値181446分をとり、 r の増加とともに T は単調減少し、 $r \rightarrow \infty$ で T は最小値をとる。一方非線形な走行時間関数を用いた場合も同様な傾向がみられるが、

ただ $r=0$ のとき配分交通量が容量をオーバーして解が存在しない。いずれにしても確率最大化配分法においては、 $r=0$ のとき総走行時間が最大値をとり、 $r \rightarrow \infty$ で総走行時間が最小値となる。このようにパラメータ r は、総走行時間のスケールを決定する役割を果たしているといえる。

ii) 総走行時間が与えられる場合

図-5.5.14

$r-T$ 曲線(線形走行時間関数を用いた場合)

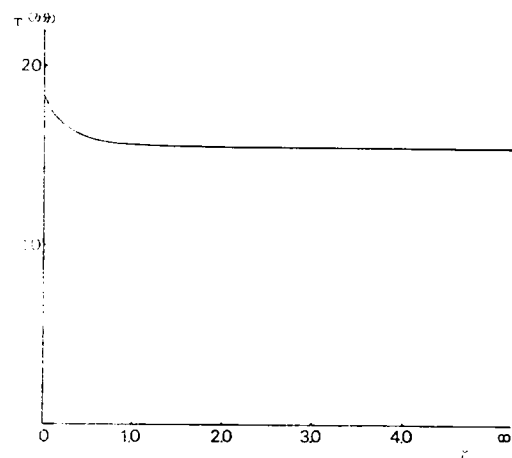


図-5.5.15

$r-T$ 曲線(非線形走行時間関数を用いた場合)

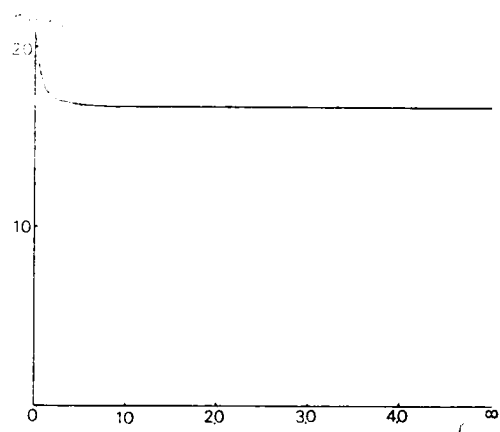
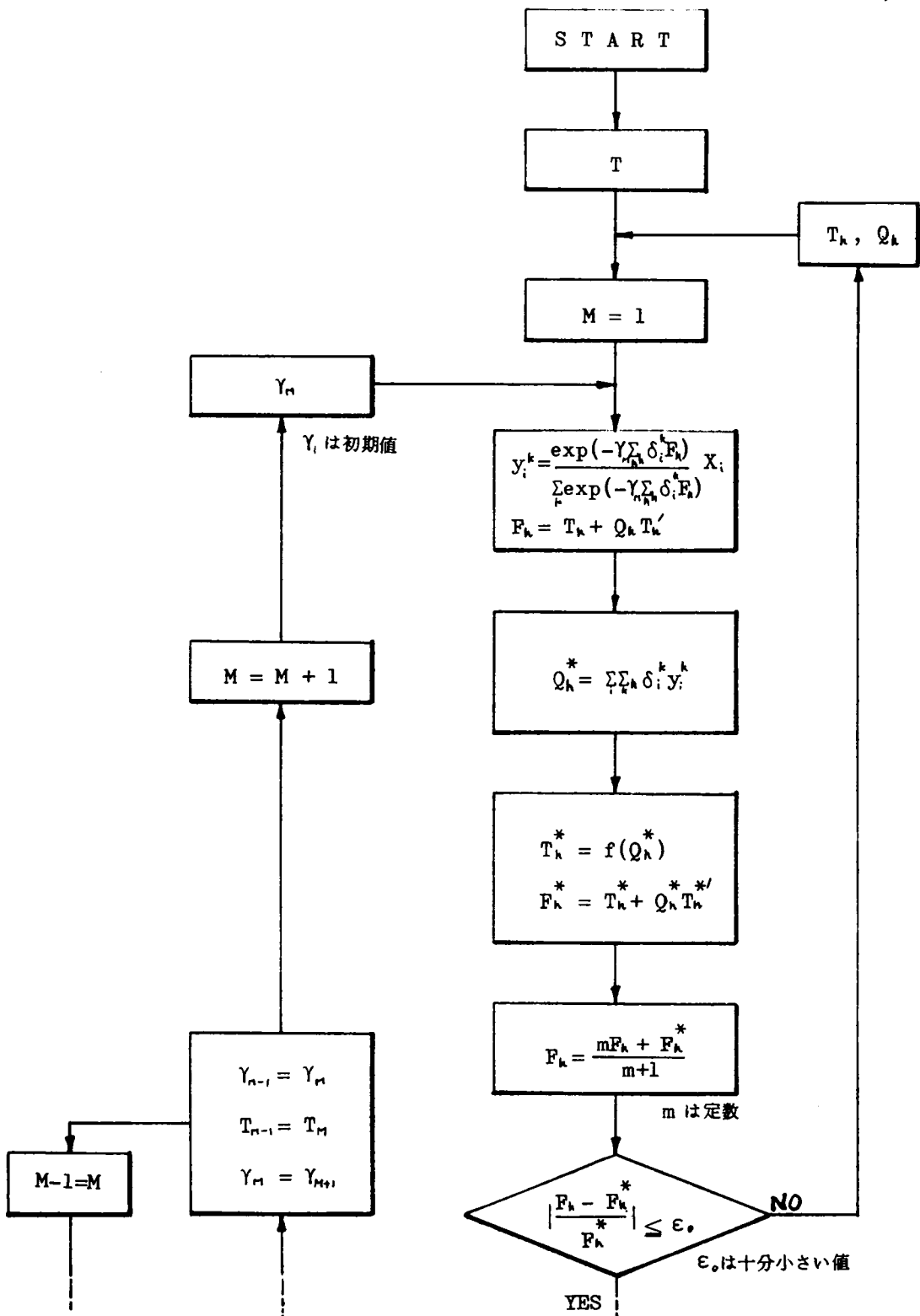
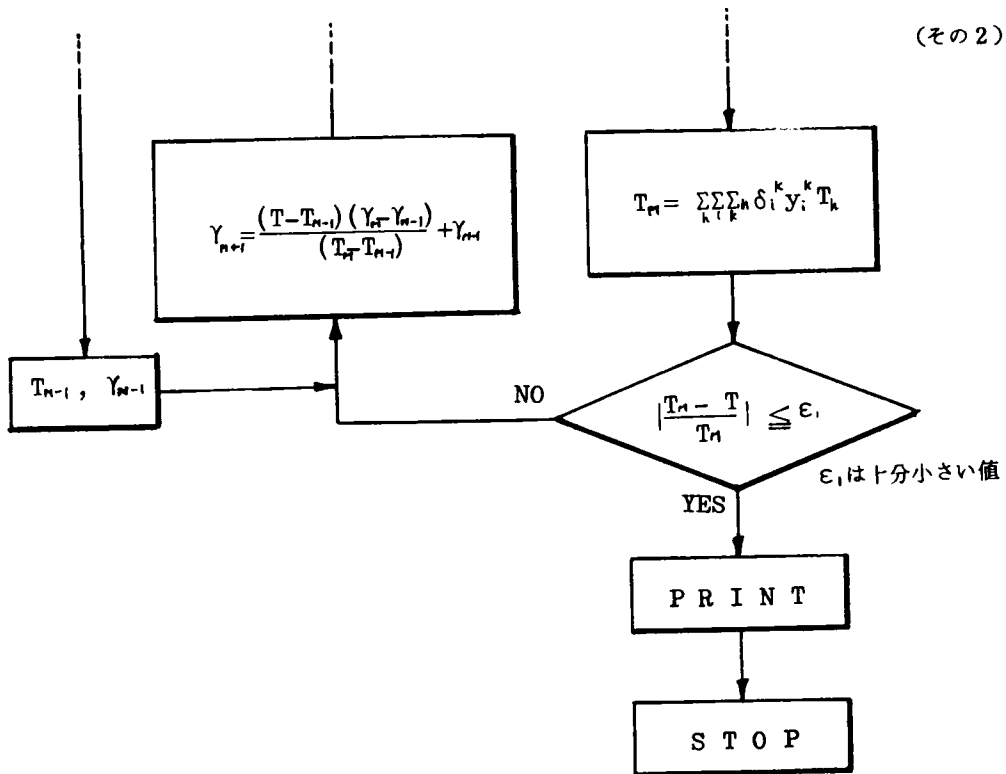


図 5.5.1 6 総行時間が与えられた場合の反復計算フローチャート

(その 1)



(その2)



5.4の容量制約のない場合の計算例の中で示したように r の値を与える代わりに、あらかじめ道路網全体での総走行時間（あるいはこれを総トリップ数で割った平均走行時間でもよい）を与えておいて、これに一致する r の値を適当に変えながら、反復計算によって最終的な r を求め、これによって配分計算を行なう方法も考えられている。この方法では、図 - 5.5.16 に示すフローチャートによって配分計算が

図 - 5. 5. 17 線形走行時間関数を用いた確率最大化配分

$r = 0.33943$ (総走行時間が与えられたとき)

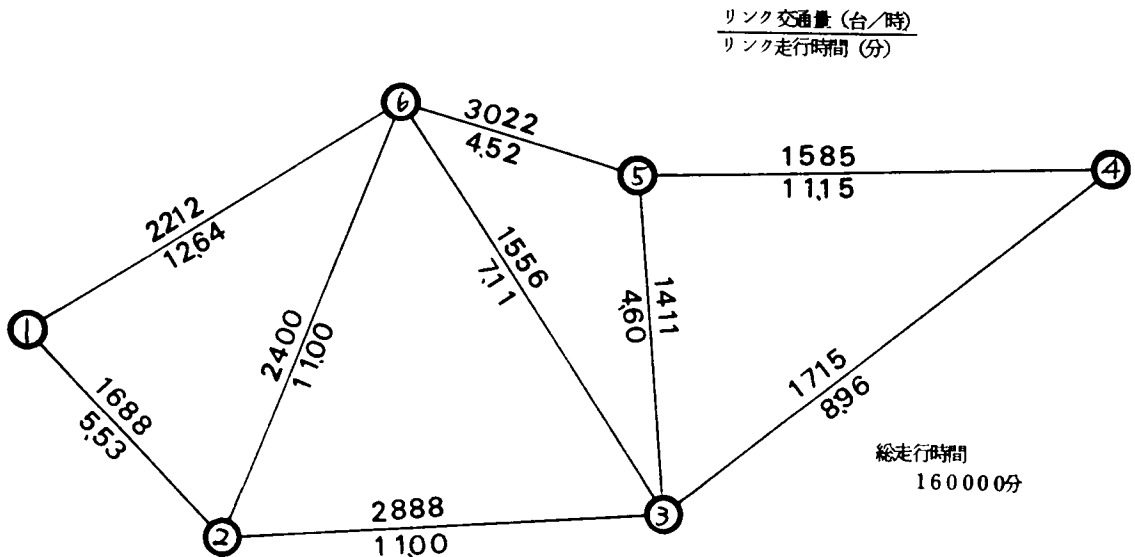


表 - 5. 5. 7 線形走行時間関数を用いた確率最大化配分

配分交通量計算値

$r = 0.33943$ (総走行時間が与えられたとき)

O D	第 1 経 路		第 2 経 路	
	配分交通量	経路走行時間	配分交通量	経路走行時間
① - ③	1346 台/時	16.53 分	354 台/時	19.75 分
① - ④	278	26.12	122	27.68
① - ⑤	614	17.16	86	21.05
① - ⑥	965	12.64	135	16.53
② - ④	607	22.15	193	24.48
② - ⑤	720	15.52	780	15.60
② - ⑥	1267	11.00	33	18.11
③ - ④	893	11.15	307	13.57
③ - ⑥	1076	7.11	325	9.13
④ - ⑥	807	13.48	93	18.26

行なわれる。図－ 表－5.5.8 r の収束計算結果

5.5.17および表
－5.5.7に示した

配分計算結果は、

線形走行時間関数

を用いたときの計

算例で、このとき

の r の値は、総走

行時間が160000

分となるように反

復計算によって求

めたもので、その

結果は $r = 0.33943$

であった。この反

復計算は r と T の

関係を直線式で逐

次近似しながら求

めたもので、初期

値として $r = 0.1$

と仮定したところ

表－5.5.8に示す

ように、8回の反

復で r 値が収束している。また図－5.5.18および表－5.5.9に示すのは非線形走行時間関数を用いたときの計算結果で、やはり総走行時間が160000分となるように、 r の値を反復計算によって求めたものであり、この場合は $r = 0.27570$ であった。なお、このときの r の収束過程は表－5.5.10に示すとおりである。

計 算 ステップ	r	総走行時間 分	リンク走行時間修正 のための計算回数 回
	(初期値)		
1	0.100000	170175	29
2	0.190278	164654	15
3	0.266371	161806	14
4	0.314614	160536	11
5	0.334957	160091	8
6	0.339147	160007	5
7	0.339506	159998	1
8	0.339430	160000	1

図－5.5.18 非線形走行時間関数を用いた確率最大化配分
 $r = 0.27570$ (総走行時間が与えられたとき)

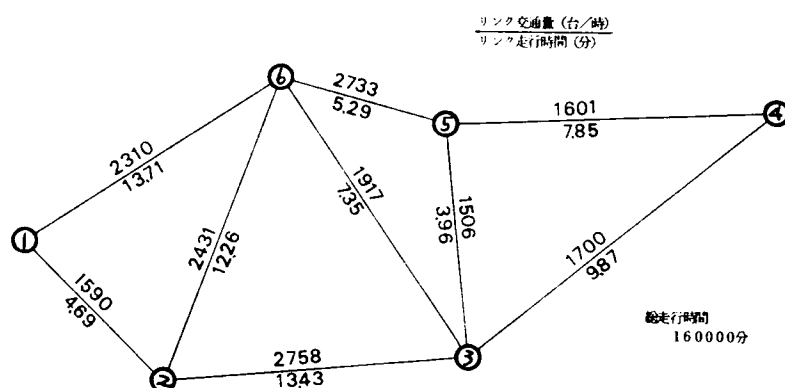


表 - 5.5.9 非線形走行時間関数を用いた確率最大化配分
配分交通量計算値

$\gamma = 0.27570$ (総走行時間が与えられたとき)

O D	第 1 経 路		第 2 経 路	
	配分交通量	経路走行時間	配分交通量	経路走行時間
① - ③	1152 ^{台/時}	18.12 ^分	548 ^{台/時}	21.05 ^分
① - ④	260	26.85	140	27.99
① - ⑤	584	19.00	116	22.24
① - ⑥	918	13.71	182	16.95
② - ④	585	23.31	215	25.41
② - ⑤	623	17.56	877	17.50
② - ⑥	1296	12.26	4	20.78
③ - ④	791	9.87	409	11.91
③ - ⑥	1181	7.34	219	9.35
④ - ⑥	716	13.14	184	17.21

表 - 5.5.10 γ の収束計算結果

計 算 ステップ	γ	総走行時間	リンク走行時間修正 のための計算回数	m
1	(初期値) 0.100000	177646 ^分	59 ^回	10
2	0.419248	168543	107	20
3	0.368142	168983	19	20
4	0.249902	170450	37	20
5	0.286155	169788	22	20
6	0.274546	170031	5	20
7	0.276032	169991	2	20
8	0.275700	170000	1	20

(5) 輸送計画的配分および等時間原則配分との関連性

確率最大化配分理論は、本来経路の選択に関しての多様性あるいは不確実性に着眼して導かれたいわば確率論的モデルであるという点で、これとは逆に、経路選択における原則性に立脚し、経路選択の一義性を前提としたいわゆる決定論的な立場にある輸送計画的配分や、等時間原則配分と本質的に異なっている。しかしながらすでに明らかにしたように確率最大化配分法は、 $r = 0$ のとき目的関数の第1項が消え第2項のエントロピーだけを最大化することになり、OD交通量は各経路に均等に配分され、このとき総走行時間は最大値をとる。一方 $r \rightarrow \infty$ のときは第1項が第2項に比べて支配的となり、結局総走行時間を最小とする輸送計画的配分となり、このとき当然のことながら総走行時間は最小値をとる。よってパラメーター r は、与えられた配分対象交通量の総走行時間が最大値と最小値の間でのとるべきスケールを決定する役割を果しているといえる。これはまた、運転者の経路選択の立場からいえば、 r は経路選択における自由度を示す尺度であり、 $r = 0$ のときこの自由度がもっとも高く、 $r \rightarrow \infty$ で自由度がゼロであると表現できる。したがって、 $r \rightarrow \infty$ の極限状態においては自由度がゼロということから、決定論的な行動とみなしうるので、確率最大化配分法において $r \rightarrow \infty$ とおいたときには、輸送計画的配分や等時間原則配分との関連性があらためて問題となってくる。

すなわち $r \rightarrow \infty$ のときの確率最大化配分法は

$$\sum_i \sum_k \sum_h \delta_i^k y_i^k T_h \left(\sum_i \sum_k \delta_i^k y_i^k \right) \quad (5.5.16)$$

を制約条件式 (5.3.5) のもとで最小化すればよいことになり、これはラグランジュの未定乗数 λ_i ($i = 1, 2, \dots, r$) を導入することによって、

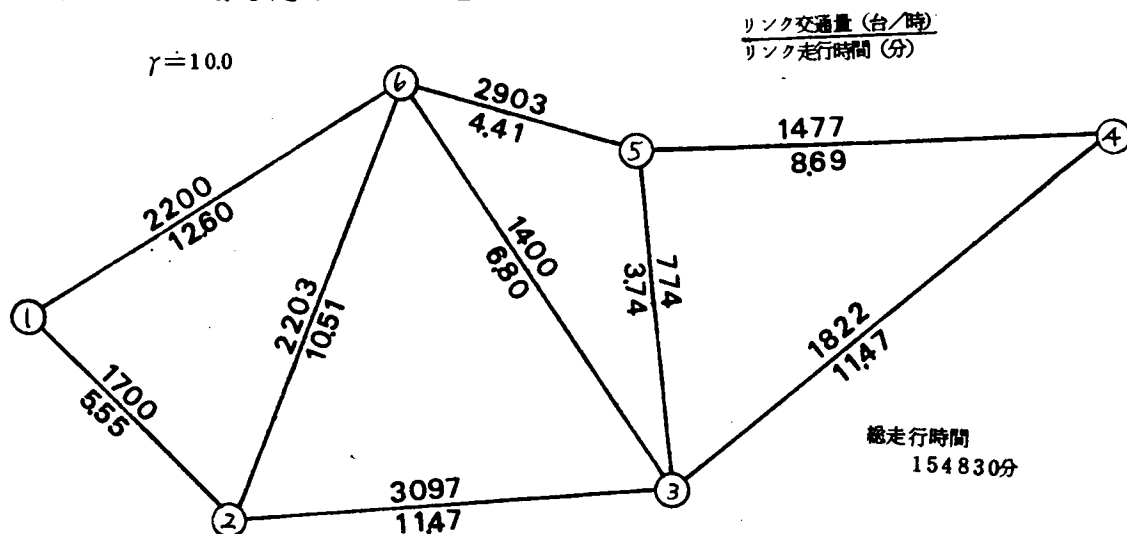
$$R \equiv \sum_i \sum_k \sum_h \delta_i^k y_i^k T_h \left(\sum_i \sum_k \delta_i^k y_i^k \right) - \sum_i \lambda_i \left(\sum_k y_i^k - x_i \right) \quad (5.5.17)$$

を最小化する問題に変換できる。

とくに走行時間関数 T_h がリンク交通量の1次式で与えられる場合は、上式が y_i^k に関して2次の関数となるから、その1階微分形をゼロとおいた式が1次式となる

ので、結局多元連立1次方程式の解として配分解が求められることになる。一方走行時間関数が非線形な場合は求解が困難となり、一般に数値解法によらざるを得ないが、その解法の一例として後述のFletcher-Powell法が考えられる。あるいは先に提案した逐次近似解法を用い、とくに r の値の大きいときの解を求めれば、これは総走行時間最小化配分の近似解(r を大きくとればいくらかでも真の解に近づく)を得ることになる。このように逐次近似解法によって、非線形走行時間関数を用

図 5.5.19 線形走行時間関数を用いた確率最大化配分



いた総走行時間最小化配分の近似解が求められるという点は注目してよい。図-5.5.19および表-5.5.11は式-5.5.14と表-5.5.1で与えられる線形走行時間関数を用い、 $r=10.0$ とにおいて計算した配分結果を示したものであるが、 $r=10.0$ においてすでにほぼ総走行時間最小化配分に近い配分パターンを示している。すなわち、ほとんどのODペアで交通量が最短経路にのみ配分され、②-④、②-⑤および③-④の3つのODペアだけが2本の経路に交通量が配分されている。しかもこの3つのOD間では第1経路と第2経路の走行時間がほぼ等しい値となっており、近似的に等時間原則配分パターンを示していることは注目される。同様に図-5.5.20および表-5.5.12は、式(5.5.15)と表-5.5.2で与えられる非線形走行時間関数を用い、 $r=6.0$ とにおいて計算した配分結果である。ここでは、 r の

表 - 5. 5. 1 1 線形走行時間関数を用いた確率最大化配分

配分交通量計算値

$$\gamma = 10.0$$

O D	第 1 経 路		第 2 経 路	
	配分交通量	経路走行時間	配分交通量	経路走行時間
① — ③	1700 ^{台/時}	17.02 ^分	0 ^{台/時}	19.40 ^分
① — ④	400	25.71	0	28.48
① — ⑤	700	17.01	0	20.47
① — ⑥	1100	12.60	0	16.06
② — ④	721	22.93	79	23.62
② — ⑤	824	14.92	676	15.21
② — ⑥	1300	10.51	0	18.27
③ — ④	1101	11.47	99	12.44
③ — ⑥	1400	6.80	0	8.16
④ — ⑥	900	13.11	0	18.27

図 - 5. 5. 2 0 非線形走行時間関数を用いた確率最大化配分

$$\gamma = 6.0$$

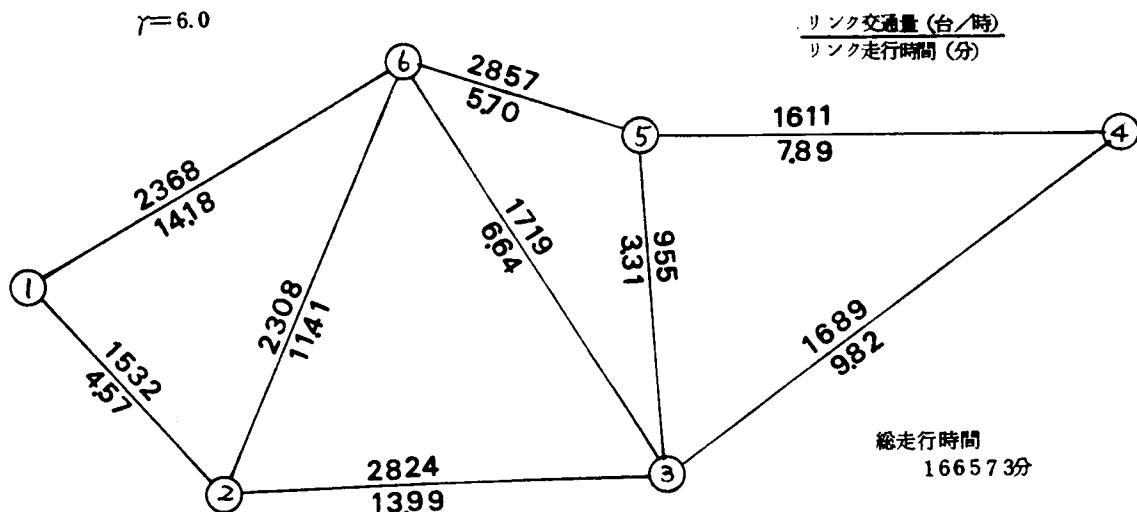


表 - 5. 5. 1 2 非線形走行時間関数を用いた確率最大化配分
配分交通量計算値

$r = 6.0$

O D	第 1 経 路		第 2 経 路	
	配分交通量	経路走行時間	配分交通量	経路走行時間
① - ③	1 4 0 9 ^{台/時}	1 8.5 6 ^分	2 9 1 ^{台/時}	2 0.8 2 ^分
① - ④	3 4 6	2 7.7 7	5 4	2 8.3 7
① - ⑤	6 7 3	1 9.8 8	2 7	2 1.6 8
① - ⑥	1 0 5 8	1 4.1 8	4 2	1 5.9 8
② - ④	6 3 7	2 3.8 1	1 6 3	2 5.0 0
② - ⑤	7 7 6	1 7.1 2	7 2 4	1 7.3 0
② - ⑥	1 3 0 0	1 1.4 1	0	2 0.6 3
③ - ④	9 6 9	9.8 2	2 3 1	1 1.2 0
③ - ⑥	1 4 0 0	6.6 4	0	9.0 2
④ - ⑥	8 7 2	1 3.5 9	2 8	1 6.4 6

値がまだ十分大きくないせいか、線形走行時間関数を用いたときほど顕著には現われていないが、総走行時間最小化配分に近い配分パターンであることは疑う余地もない。

次に等時間原則配分との関連性についてであるが、等時間原則配分と総走行時間最小化配分との間には、すでに N. O. Jorgensen や井上らによって、ある種の関係のあることが明らかにされている。いまこれを井上の論文⁷⁰⁾に従って述べてみると次のとおりである。

すなわち、先のラグランジュ関数 R を y_i^k 、 λ_i でそれぞれ偏微分すれば次式を得る。

$$\partial R / \partial y_i^k = \sum_h \delta_i^k (T_h + \sum_i \sum_k \delta_i^k y_i^k T_h') - \lambda_i \quad (5.5.18)$$

$$\partial R / \partial \lambda_i = \sum_k y_i^k - x_i \quad (5.5.19)$$

ここで非線形計画法における Kuhn - Tucker の定理より、目的関数を最小ならしめる必要条件は、

$$y_i^k > 0 \text{ なるとき} \quad \partial R / \partial y_i^k = 0$$

$$\text{すなわち} \quad \lambda_i = \sum_k \delta_i^k (T_k + \sum_i \sum_k \delta_i^k y_i^k T_k') \quad (5.5.20)$$

$$y_i^k = 0 \text{ なるとき} \quad \partial R / \partial y_i^k \geq 0$$

$$\text{すなわち} \quad \lambda_i \leq \sum_k \delta_i^k (T_k + \sum_i \sum_k \delta_i^k y_i^k T_k') \quad (5.5.21)$$

$$\text{および} \quad \partial R / \partial \lambda_i = 0$$

$$\text{すなわち} \quad \sum_k y_i^k = X_i \quad (5.5.22)$$

が成り立つことである。

ところで $(T_k + \sum_i \sum_k \delta_i^k y_i^k T_k')$ を実際のリンク走行時間 T_k に対して仮想的なリンク走行時間（先の式 (5.5.7) と同じもの）とみなせば、式 (5.5.20) および式 (5.5.21) は、この仮想的な走行時間に関して等時間原則を満たしていることになる。すなわち、一般に走行時間関数を $T = f(y)$ としたとき、総走行時間最小化配分は、仮想的な走行時間関数

$$T = \frac{d\{yf(y)\}}{dy} \quad (5.5.23)$$

に関する等時間原則による配分と等価であり、また等時間原則による配分は、仮想的な走行時間関数

$$T = \int_0^y f(y) dy / y \quad (5.5.24)$$

に関する総走行時間最小化配分と等価であるということである。したがってある種の条件を満たした走行時間関数を用いれば、総走行時間最小化配分と等時間原則配分とは完全に一致する。たとえば走行時間関数が

$$f(y) = a y^b \quad a > 0, \quad b \geq 0 \quad (5.5.25)$$

で与えられる場合、両原則による配分解は完全に一致する。一方その他走行時間関数が

$$f(y) = a_0 y^{\delta} + a_1 y^{\delta-1} + \cdots + a_{n-1} y + a_n \quad (5.5.26)$$

で与えられる場合においても、交通量 y が十分多くなれば上式の右辺第 1 項目が支配的に影響してくる結果、近似的に式 (5.5.25) の形で表現できるようになるため、その配分パターンは等時間原則配分に近づいてくる。

たとえば表 - 5.5.11 に示した線形走行時間関数を用いたときの配分結果をみると、先に述べたようにほぼ等時間原則配分に近い配分結果を示している。このように総走行時間最小化配分と等時間原則配分は総交通量がある程度多くなってくるときわめて類似したパターンを示す。

ところで上で仮想的な走行時間と定義した関数は、実は経済学の分野で用いられる道路の社会的限界費用関数（この場合の費用は走行時間費用）と呼ばれるものに相当するものであって、したがって総走行時間最小化配分とは、各経路の社会的限界時間費用が等しくなるように配分されることを意味している（5.9 参照）。いうなれば、総走行時間最小化配分とは“等限界時間費用原則”による配分と表現しうる。

5.5.3 容量制限不等式を用いて交通容量制約を表現する場合

(1) 定式化およびその解法

交通量配分の際、容量制約を考慮するための具体的な方法として、先の 5.5.2 で述べたような走行時間関数を導入する方法の他に、直接、道路網の各区間における容量制限を、不等式条件として導入する方法がある。そこで、ここでは容量制限を不等式条件として与える場合の確率最大化配分法の定式化とその解法について述べてみよう。すなわち、容量制限不等式を用いた確率最大化配分法は次のように定式化される。

制約条件

$$\sum_i \sum_k \delta_i^k y_i^k \leq C_h \quad (5.5.27)$$

および

$$\sum_k y_i^k = X_i \quad (5.5.28)$$

のもとで

$$Y \sum_i \sum_k y_i^k t_i^k + \sum_i \sum_k y_i^k \log y_i^k \quad (5.5.29)$$

を最小化せよ

ここに δ_i^k , y_i^k , x_i , t_i^k は前に定義したとおりであり、また C_h はリンク h ($h = 1, 2, \dots, \ell$) の交通容量である。すなわち、式 (5.5.27) は各リンクにおける容量制限を示す不等式条件であり、式 (5.5.28) は OD 交通量と各経路への配分交通量に関する等式条件を与えるものである。

上記のように容量制限不等式を用いた確率最大化配分法は、等式および不等式条件付きの最小化問題として定式化され、しかも目的関数 (5.5.29) が非線形となるため、いわゆる非線形計画法の問題となる。ところで非線形計画法には色々な解法が開発されているが、ここでは、制約条件付きの最適化問題を制約条件なしの最適化問題に変換して解く、いわゆるペナルティ関数法の 1 種である SUMT と、非線形目的関数の線形近似によって、いわゆる線形計画法 (LP) として解く方法との 2 つの方法を適用し、この非線形な配分問題の実用的な求解法を検討してみることとする。とくに確率最大化配分法の目的関数自身が凸関数であることが証明されており、したがって、解の存在とその唯一性が保証されるので、探索法に基づく非線形計画法を適用するにはまことに好都合な条件を備えているといえる。また、目的関数 (5.5.29) がもともと非線形であることから、さらにこの目的関数に走行時間関数を導入しても、その数学的解法においてなんら異なるところはない。この場合は目的関数 (5.5.29) の代わりに、走行時間関数 $T_h (\sum_i \sum_k \delta_i^k y_i^k)$ を導入した。

$$Y \sum_i \sum_k \sum_h \delta_i^k y_i^k T_h (\sum_i \sum_k \delta_i^k y_i^k) + \sum_i \sum_k y_i^k \log y_i^k \quad (5.5.30)$$

を用い、これを先と同じ制約条件式(5.5.27)および式(5.5.28)のもとで解けばよい。これはいわば容量制限不等式と走行時間関数を併用した確率最大化配分法である。この問題に対する解法としては、やはりSUMTが適用できるし、一方走行時間関数が線形の場合に限り、式(5.5.30)の第2項の線形近似によって、結局目的関数が2次式となるので、2次計画法(QP)が適用できることになる。

一方容量制限不等式を用いた確率最大化配分法において、とくに $r \rightarrow \infty$ とおいたとき、先の目的関数(5.5.29)の第1項が第2項に比べて大きくなり、その結果

$$\sum_i \sum_k y_i^k t_i^k \quad (5.5.31)$$

を最小化する問題となって、結局これを制約条件式(5.5.27)および式(5.5.28)のもとで解く問題に変換される。これはいうまでもなく通常の輸送計画的配分(総走行時間最小化配分)の問題であって、この場合はLPによって解ける。

なお最後に、容量制限不等式を用いる場合、この容量制限不等式によって規定される道路網容量が、配分対象総交通需要量を下回っておれば、解が存在しないことになるので、配分計算の前にあらかじめ道路網容量のチェックを行なっておく必要がある(第2章の2.2参照)。

(2) SUMTによる解法

非線形計画法の有力な解法としてSUMTがある。SUMT(Sequential Unconstrained Minimization Technique)とは、制約条件付最小化問題を制約条件なしの最小化の問題として解く方法で、これは元来C. W. Carrollによって研究されたCreated Response Surface Technique⁷¹⁾を、A. V. FiaccoとG. P. McCormickによってその理論づけと拡張が行なわれたものである⁷²⁾。

いま次のような最小化問題

$$\text{等式条件 } h_i(x) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (5.5.32)$$

$$\text{不等式条件 } g_j(x) \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (5.5.33)$$

のもとで $f(x)$ を最小化せよ

に対して、次のような関数の最小化を考える。

$$P(x, r_k) = f(x) + (r_k)^{-1/2} \sum_{i=1}^m h_i^2(x) + r_k \sum_{j=1}^n \frac{1}{g_j(x)} \quad (5.5.34)$$

この変換を SUMT 変換と呼び、元の制約条件付の最小化問題の解を、制約条件のない最小化問題、すなわち式 (5.5.34) の解の $r_k \rightarrow 0$ の極限值として求めるのが SUMT の基本的な考え方である。ここに $r_0 > r_1 > r_2 > \dots > r_k > r_{k+1} > \dots > 0$ である。

SUMT 変換の意味するところは次のとおりである。すなわち、等式条件が満足されず $\sum_{i=1}^m h_i^2(x) \neq 0$ の場合は、 $r_k \rightarrow 0$ に対して $P(x, r_k)$ が無限大となり、目的に反することになるので、このようなことは実際には起らず、安定した最小化の手続きが実行できるときは $r_k \rightarrow 0$ に対して等式条件が次第に満足される。一方不等式条件についてみれば、解が制約集合の境界に近づくと、やはり $P(x, r_k)$ が無限大となり、目的に反することになる。しかしこの場合も境界を犯すことなしに $P(x, r_k)$ の最小化が実行される。その結果 r_k の値が 0 に近づくに従って

$P(x, r_k)$ の解が $f(x)$ の最小値に収束することが期待できるのである。

したがって上記の性質を満足する関数形であれば、一般にはなんでもよいのであって、SUMT 変換形は式 (5.5.34) に限定して考える必要はなく、たとえば式 (5.5.34) のほかに、

$$P(x, r_k) = f(x) + \frac{1}{r_k} \sum_{i=1}^m h_i^2(x) - r_k \sum_{j=1}^n \ln g_j(x) \quad (5.5.35)$$

なども提案されている。

さて、問題は解の収束性であるが Fiacco と McCormick はある一定の条件のもとで、 $r_k \rightarrow 0$ のとき $P(x, r_k)$ の解が $f(x)$ の最小値の解に近づくことを証明した。その条件とは次のようである。

- I) $R^0 = \{x \mid h_i(x) = 0, i = 1, 2, \dots, m\}$ $R^1 = \{x \mid g_j(x) > 0, j = 1, 2, \dots, n\}$ としたとき $R^0 \cap R^1$ は空集合ではない。
- II) $f(x), h_i(x), g_j(x)$ は連続的に 2 回微分可能である。
- III) 有限な任意の値 k および正なる r_k に対して、 $\{x \mid f(x) + (r_k)^{-1/2} \sum_{i=1}^m h_i^2(x) \leq k, x \in R\}$ は有界集合である。ただし $R = \{x \mid g_j(x) \geq 0, j=1, 2, \dots, n\}$ である。
- IV) 目的関数 $f(x)$ は凸関数、 $h_i(x)$ は線形（より詳細に言えば $\sum_{i=1}^m h_i^2(x)$ が凸関数）である。
- V) $g_j(x)$ は凹関数（したがって $g_j(x)^{-1}$ は凸関数である）
- VI) $P(x, r_k)$ は狭義の凸関数である。

以上の結果次の収束定理が導かれる。

条件 I) ~ VI) の仮定のもとで

- a) $P(x, r_k)$ は唯一の最小点 $x(r_k) \in R^1$ をもつ
- b) $\lim_{r_k \rightarrow 0} P(x(r_k), r_k) = \min f(x) = f(x^*)$

すなわち r_k が 0 に接近するとき、値 $P(x(r_k), r_k)$ は $f(x)$ の解にいくらかでも接近する。

SUMT の計算は次の手順によって行なわれる。

手順 1) $g_j(x) > 0$ を満足する初期値 $x^{(0)}$ を選ぶ。もし、この初期値を選ぶことが困難なときは、これをやはり SUMT によって見つける方法が提案されている⁷³⁾。

手順 2) 最初の r_0 を選び、 $P(x, r_0)$ を最小にする $x(r_0)$ を求める。この最小化の手法としては、後述の色々の方法が考えられるが、本文では Fletcher-Powell 法を採用することにする。

さて r_0 の選び方であるが、一般には目的関数の値に比べて条件式の項が過大となったりあるいは逆に過小とならないよう適当に見当をつけて初期値を選べばよいが、 r_0 があまり大きすぎると、制約条件の項が不当に大きくなって、解が可能域の中に入ってしまう計算回数が増え、一方あまり小さすぎると、解が可能境界付近にあって、ときに境界を飛び出すことさえある。いずれにしても r_0 の適当な選択法は、問題のスケージングに関係している。

r_0 の選択について Fiacco と McCormick は次 2 つの提案を行なっている⁷⁴⁾。

- a) P。最小化の必要条件は第 1 微分 = 0 であるから、 X^0 での P の gradient の 2 乗を最小化する r を選ぶ。すなわち、

$$\min_r \left| \nabla P(x^{(0)}, r) \right|^2 = \min_r \left| \nabla^T f(x^{(0)}) - r \sum_j \frac{\nabla g_j(x^{(0)})}{g_j(x^{(0)})} \right|^2$$

$$\text{より } r_0 = \frac{-\nabla^T f(x^{(0)}) \nabla R(x^{(0)})}{\|\nabla R(x^{(0)})\|^2} \quad (5.5.36)$$

となる。ここに $R(x^{(0)}) = \sum_j 1/g_j(x^{(0)})$ で $R(x^{(0)})$ としては不等式条件のみ考える。

- b) P が最小値を越える量 (これを metricized magnitude of the gradient of the P function と呼ぶ) は

$$\nabla P(x^{(0)}, r)^T [H_1 + r H_2]^{-1} \nabla P(x^{(0)}, r) / 2 \quad (5.5.37)$$

で与えられる。ただし

$$H_1 = \left| \frac{\partial f(x)}{\partial x_i \partial x_j} \right|_{x=x^{(0)}} \quad H_2 = \left| \frac{\partial P(x)}{\partial x_i \partial x_j} \right|_{x=x^{(0)}}$$

である。ここに $H_1 = 0$ と考えられるときは、上式を最小にする r が $P(x^*, r)$ に近いような r の推定値と考えられるから、結局

$$r_0 = \left\{ \frac{\nabla^T f(x^{(0)}) [\nabla^2 R(x^{(0)})]^{-1} \nabla f(x^{(0)})}{\nabla^T R(x^{(0)}) [\nabla^2 R(x^{(0)})]^{-1} \nabla R(x^{(0)})} \right\}^{1/2}$$

となる。ただし $\nabla R(x^{(0)}) \neq 0$ である。

経験上 X が境界に近いときは $b)$ が、境界に近くないときは $a)$ が有効であるといわれている。

手順 3) $0 < r_1 < r_0$ なる r_1 を定め、 $X(r_0)$ から始めて、 $P(x, r_1)$ を最小にする $X(r_1)$ を求める。

手順 4) 以上の計算を繰り返す。なお r の減少には、一般に定率減少、すなわち $r_{k+1} = r_k / c$ ($c > 1$) が用いられる。 c を大きくすると反復回数は減少するが、1 回当りの計算時間が増える。また c を小さくすると、反復回数は増加するが、1 回当りの計算時間は減少する。したがって解を求める労力は、 r の減少率とあまり関係がないといわれている。SUMT では P の最小化に相当時間が費やされる。そこで P の最小化によって得られた $X(r_0), X(r_0) \cdots \cdots X(r_k)$ から、これらを通る曲線の外挿によってつぎの最小点 $X(r_{k+1})$ を推定し、求解の加速をはかる外挿法が提案されている⁷⁵⁾。またパラメータ r を用いない SUMT も提案されている⁷⁶⁾。

さて P の最小化の方法であるが、これは制約条件なしの最小化問題となるから、一般には傾斜法が用いられる。たとえば、1 階導関数を用いる最大傾斜法、2 階導関数を用いる Newton - Raphson 法などがあるが、最近開発された新しいより効果的な方法は、共役方向を用いる傾斜法で、なかでも Fletcher - Powell⁷⁷⁾ 法がすぐれているといわれている。

Fletcher - Powell 法は次の手順で計算が繰り返される。

手順 1) 目的関数を $f(X)$ 、その 1 階導関数を $g = \partial f / \partial x$ としたとき、まず任意の初期値から出発して $s^i = -H^i g^i$ ($i = 0, 1, 2, \cdots$) を計算する。
ただし最初の行列 H^0 としては単位行列を選ぶ。

手順 2) 直線 $x^i + \alpha s^i$ にそって, $f(x^i + \alpha s^i)$ が α に関して最小になるような $\alpha^i (> 0)$ を計算する。 α^i はつねに正にとれることが証明できる。

手順 3) $\sigma^i = \alpha^i s^i$ とする。

手順 4) $x^{i+1} = x^i + \sigma^i$ とする。

つまり $x^{i+1} = x^i - \alpha^i H^i \left(\frac{\partial f^i}{\partial x} \right)^T$ とする。

手順 5) $f(x^{i+1}), g^{i+1}$ を計算する。

手順 6) $y^i = g^{i+1} - g^i$ とする。

手順 7) $H^{i+1} = H^i + A^i + B^i$ を計算する。ただし,

$$A^i = \frac{\sigma^i \sigma^{iT}}{\sigma^{iT} y^i}, \quad B^i = - \frac{H^i y^i y^{iT} H^i}{y^{iT} H^i y^i}$$

手順 8) $i = i + 1$ として計算を繰り返す。

以上の反復計算の終了判定にはつぎの方法がある。1つは最小点の距離の予測値 $(s^{iT} s^i)^{1/2}$ があらかじめ与えられた定数より小さくなったときにやめる。他は S^i の全ての成分があらかじめ与えられた精度以下になったときやめる。なおここでは後者を採用することにした。

Fletcher-Powell 法はつねに収束することが証明されており、先の SUMT と組み合わせることによって、いま問題としている容量制限不等式のある確率最大化配分法の解法として強力な武器となろう。

さて、先の式 (5.5.27), 式 (5.5.28), 式 (5.5.29) によって定式化された容量制限不等式付きの確率最大化配分法を、この SUMT と Fletcher-Powell 法の組み合わせによって解いてみよう。まずこの制約条件付き最小化問題は、SUMT 変換によってつぎのように書きかえられる。

$$F(y, r_M) \equiv \gamma \sum_k y_i^k t_i^k + \sum_k y_i^k \log y_i^k + (r_M)^{\frac{1}{2}} \sum_i (\sum_k y_i^k - x_i)^2 + r_M \sum_k \lambda_k / (C_k - \sum_i \delta_i^k y_i^k)$$

(5.5.38)

ここに λ_h は 0 か 1 の値をとる定数で、求める解が不等式条件（容量制限不等式）をおかしそうなリンクについて $\lambda_h = 1$ として考慮し、全くおかす心配のないリンクについては $\lambda_h = 0$ において目的関数の中から除いておく。このように SUMT においては、不等式条件についてはその条件式がおかされやすいものについてだけ考慮すればよく、その分だけ計算量を軽減できる。

また式 (5.5.38) において、等式条件にかかる摂動パラメーターと不等式条件にかかる摂動パラメーターは同一値としたが、これは必ずしもその必要はなく、問題のスケーリングによって等式条件と不等式条件の場合で、重みの異なる摂動パラメーターを用いても差しつかえない。実際、異なる摂動パラメーターを用いた方が計算量が少なくなることさえある。なお後述の計算例では、この摂動パラメーターを等式条件の場合と不等式条件の場合で変えている。

SUMT 変換によって制約条件なしの最小化問題として変換された新しい目的関数 (5.5.38) は、狭義の凸関数であり、かつその各項がいずれも 2 回微分可能であることが容易に証明されるので、よって解が唯一つ存在し、かつ収束計算によっていくらでもその解に接近できることが保証されることになる。

さて SUMT と Fletcher - Powell 法の組み合わせによるこの配分問題の解法は、具体的には図 - 5.5.21 に示すフローチャートに従って与えられる。まずフローチャートに沿ってこの計算プログラムの補足説明を行なう。

1) 入力データは

$$\text{OD 交通量} \quad X = (X_1, X_2, \dots, X_r)$$

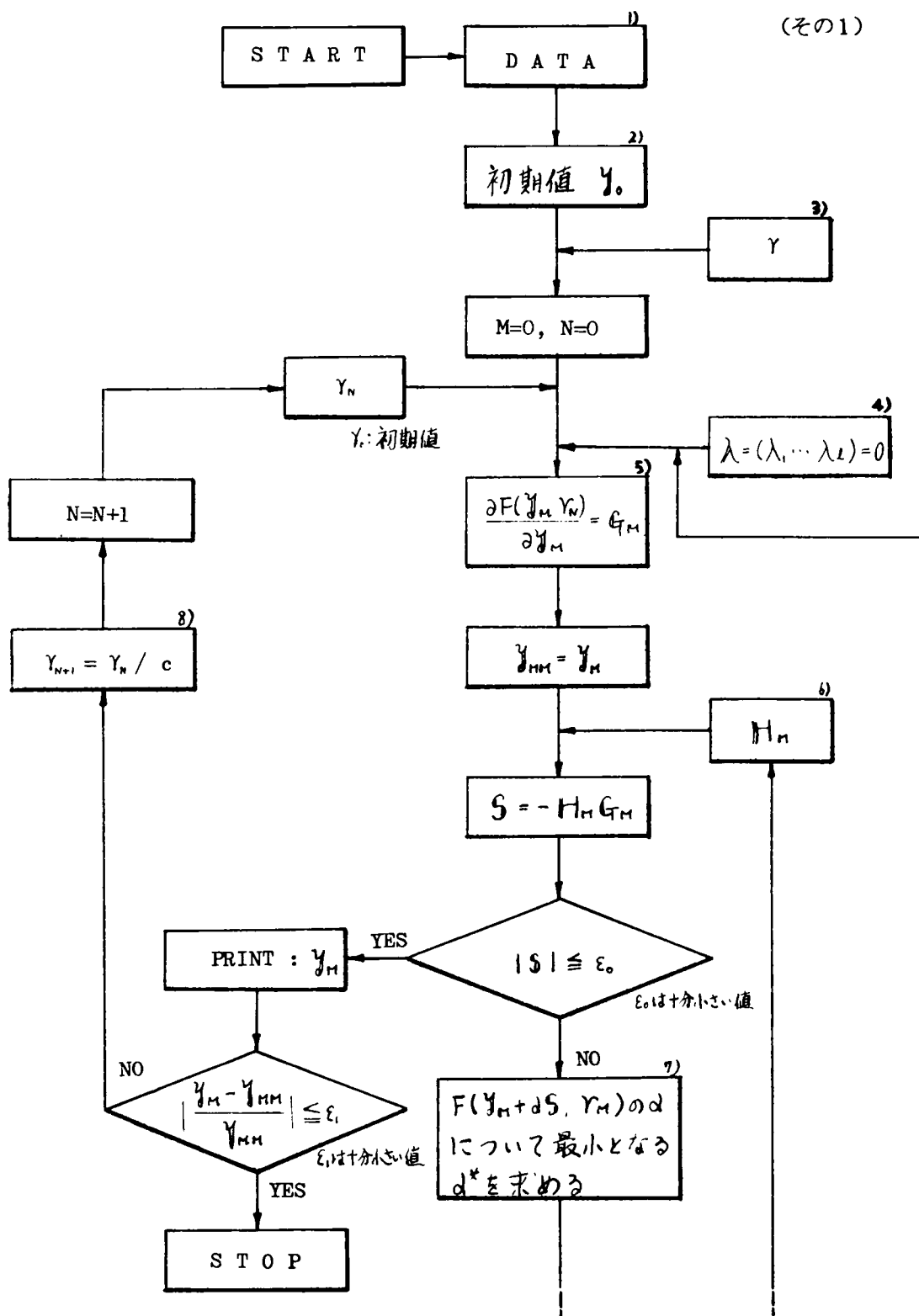
$$\text{経路の走行時間} \quad t = \begin{pmatrix} t_1^1 & t_1^2 & \dots & t_1^k \\ t_2^1 & t_2^2 & \dots & t_2^k \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ t_r^1 & t_r^2 & \dots & t_r^k \end{pmatrix}$$

$$\text{リンク容量} \quad C = (C_1, C_2, \dots, C_l)$$

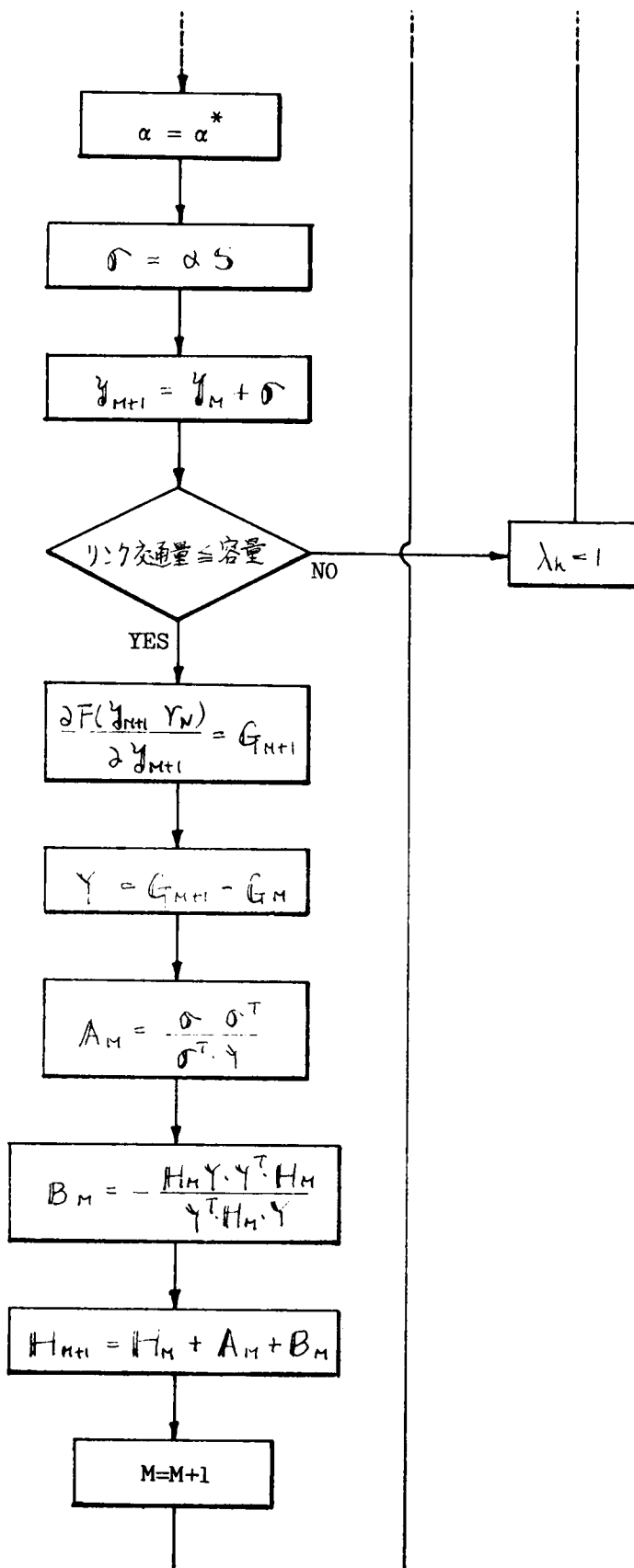
である。

図5.5.2.1 SUMTとFletcher-Powell法を用いた確率最大化配分法の計算プログラム

(その1)



(その2)



2) SUMTの計算を実行するための出発点としての初期値

$$y_0 = \begin{pmatrix} y_1^1 & y_1^2 & \dots & y_1^I \\ y_2^1 & y_2^2 & \dots & y_2^I \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ y_V^1 & y_V^2 & \dots & y_V^I \end{pmatrix}$$

は、不等式条件によって規定されるいわゆる内的実行可能な領域内に属する点を選ぶ必要がある。ただ等式条件については、あらかじめ等式条件を満足する初期値を選ぶ必要がない（たとえば等式条件を満足する初期値を選んだとしても、次の反復計算の後の解では、これらの等式条件が満足されている保証はない）ので、実際上の多くの場合については、配分問題の性質から、そのような初期値を容易に定めることができるであろう。たとえばある程度小さめの配分交通量を初期値としておけばよい。ただ非常に特殊な場合に、この初期値が容易に求まらないことがあるので、そのようなときには、やはりSUMTを利用することによって、内的実行可能な初期値を求める方法も提案されている⁷⁸⁾ので、これを利用すればよい。

3) ここでは各経路への配分率を決定するパラメーター γ が与えられた場合の配分を考えている。しかし走行時間関数を導入した場合の確率最大化配分法の場合と同様に、 γ が与えられる代わりに、総走行時間が与えられる場合にも適用でき、このときは計算による総走行時間が、あらかじめ与えられた総走行時間に一致させるための反復計算が新たに加わることになる。

4) 容量制限不等式の前に導入される定数 λ_k は、すでに述べたように0か1の値をとる定数で、反復計算の各段階で得られた解によるリンク交通量が、容量制限不等式を越えそうなリンクについて、その段階で $\lambda_k = 1$ として容量制限不等式が実質的に働くようにし、一方その危険性が全くないリンクについては、 $\lambda_k = 0$ において容量制限不等式を省いておくわけである。

5) SUMT変換によって、目的関数は式(5.5.36)のように与えられることになる。よってその1回微分形 G_M (M は反復回数を示す。 $M = 0, 1, 2, \dots$)は次

式で与えられる。

$$G_n = \frac{\partial F(Y_n, r_n)}{\partial Y_n} = \gamma t_i^k + \log y_i^k + 1 + 2(r_n)^{-\frac{1}{2}} (\sum_k y_i^k - X_i) + r_n \sum_k \lambda_k \delta_i^k / (C_k - \sum_k \delta_i^k y_i^k)$$

(5. 5. 39)

6) 最初のマトリックス H_0 は任意の正定値対称マトリックスを選べばよいが、通常は便宜的に、最初の山下り方向が最急降下方向になるように H_0 を単位マトリックスを選ぶ。

7) $F(Y_M + \alpha S_M, r_M)$ の α についての最小となる α^* を求める方法としては、Newton - Raphson 反復公式が適用される。すなわち

$$F(Y_M + \alpha S_M, r_M) = \gamma \sum_k \sum_i (y_i^k + \alpha s_i^k) t_i^k + \sum_k \sum_i (y_i^k + \alpha s_i^k) \log(y_i^k + \alpha s_i^k) \\ + (r_M)^{-\frac{1}{2}} \sum_i (\sum_k (y_i^k + \alpha s_i^k) - X_i)^2 + r_M \sum_k \lambda_k / (C_k - \sum_k \delta_i^k (y_i^k + \alpha s_i^k))$$

(5. 5. 40)

$$F'(Y_M + \alpha S_M, r_M) = \partial F(Y_M + \alpha S_M, r_M) / \partial \alpha \\ = \gamma \sum_k \sum_i s_i^k t_i^k + \sum_k \sum_i s_i^k \log(y_i^k + \alpha s_i^k) + \sum_k \sum_i s_i^k + 2(r_M)^{-\frac{1}{2}} \sum_k \sum_i s_i^k (\sum_k (y_i^k + \alpha s_i^k) - X_i) \\ + r_M \sum_k \lambda_k \sum_k \delta_i^k s_i^k / (C_k - \sum_k \delta_i^k (y_i^k + \alpha s_i^k))^2$$

(5. 5. 41)

$$F''(Y_M + \alpha S_M, r_M) = \partial^2 F(Y_M + \alpha S_M, r_M) / \partial \alpha^2 \\ = \sum_k \sum_i (s_i^k) / (y_i^k + \alpha s_i^k) + 2(r_M)^{-\frac{1}{2}} \sum_k \sum_i (s_i^k)^2 \\ + 2r_M \sum_k \lambda_k (\sum_k \delta_i^k s_i^k) / (C_k - \sum_k \delta_i^k (y_i^k + \alpha s_i^k))^3$$

(5. 5. 42)

としたとき

$$\alpha_{i+1} = \alpha_i - \frac{F'(Y_M + \alpha S_M, r_M)}{F''(Y_M + \alpha S_M, r_M)} \quad i=0, 1, 2, \dots \quad (5. 5. 43)$$

で与えられる反復公式によって最小となる α^* を求める。

8) すでに述べたように、 r_k の減少には一般に定率減少が用いられる。

図-5.5.2 1のフローチャートでもわかるようにこの計算手順には、制約条件なしに変換された最小化問題の求解のための反復(Fletcher Powell法による)と、 r_k のシーケンスに対して繰り返される反復との2つの反復計算が含まれていることがわかる。

(3) 計算例

計算例として、5.4の計算例で用いた道路網(図-5.4.1参照)を三たび取り上げることにする。計算の前提となるOD交通量、経路の走行時間は前と全く同様である。すなわち、OD交通量は、

$X = (1700, 400, 700, 1100, 800, 1500, 1300, 1200, 1400, 900)$ であり、また経路の走行時間は

$$t = \begin{pmatrix} 7.5 & 10.2 \\ 12.8 & 13.5 \\ 7.8 & 9.8 \\ 6.0 & 8.0 \\ 10.5 & 11.8 \\ 6.8 & 7.2 \\ 5.0 & 8.5 \\ 6.0 & 7.7 \\ 4.0 & 4.5 \\ 6.8 & 10.0 \end{pmatrix}$$

で一定とする。また容量制限不等式を導入した確率最大化配分法では、走行時間関数を導入する代わりに、直接各リンクに容量制限が課せられているが、このリンク容量をすべて3000台/時と仮定する。すなわち、

$$C = (3000, 3000, 3000, 3000, 3000, 3000, 3000, 3000, 3000, 3000)$$

である。次に配分交通量 y の初期値であるが、これは不等式条件を満足する内的実行可能な点を選ぶ必要がある。なお初期値を選ぶ際には等式条件については考慮する必要がないので、初期値としてはある程度小さめの値をとっておけば、おのずと

不等式条件を満足することになるので好都合である。ここでは、すべての y_i^k の初期値として 1 0 0 と仮定する。

すなわち

$$y = \begin{pmatrix} 100, & 100 \\ 100, & 100 \\ 100, & 100 \\ 100, & 100 \\ 100, & 100 \\ 100, & 100 \\ 100, & 100 \\ 100, & 100 \\ 100, & 100 \\ 100, & 100 \\ 100, & 100 \end{pmatrix}$$

である。

次に摂動パラメータ r_k ($k = 0, 1, 2, \dots$) の初期値としては $r_0 = 10^4$ を仮定し、また r_k の減少ステップとして、 $r_k = r_{k-1} / 10$ なる定率減少を採用する。以上の準備のもとで $r = 0.5$ と与えられた場合の配分計算を行なってみた。その結果配分交通量については表 - 5.5.13 に、またリンク交通量については表 - 5.5.14 に示すような解を得た。この配分計算では収束判定のための基準として、相対誤差 (図 - 5.5.21 における ε_0 および ε_1) をいずれも 0.5% 以下と仮定しているが、この計算例では $r_5 = 0.1$ の段階で収束しており、そのシーケンスの回数は 6 回である。またこの収束解においては、第 1 経路と第 2 経路の配分交通量の合計がその OD 交通量に一致しており、最終的に等式条件が満足されていることがわかる。

さらに図 - 5.5.22 は最終的に得られたリンク交通量を図示したものであるが、いずれのリンク交通量も容量制限 (3000 台/時) 以下におさえられている。

ところでこの配分計算では、計算の過程でリンク 4 と 6 のリンク交通量が容量オーバーし、そのため $\lambda_4 = \lambda_6 = 1$ とおいている。その結果実際にはこの 2 つのリンクについて容量制限不等式が導入されたことになる。同様に、 $r = 0.1$ と仮定して配分計算を行なったところ、図 - 5.5.23 に示すような結果が得られた。

表 - 5.5.13 容量制限不等式を用いた確率最大化配分—配分交通量計算値

$r = 0.5$ 摂動パラメーターの初期値 $r_0 = 10^4$ 減少ステップ $= 1/10$
(単位: 台/時)

関数呼出し回数		—	37回	12回	16回	14回	10回	9回
r_k の減少ステップ		初期値	$r_0=10^4$	$r_1=10^3$	$r_2=10^2$	$r_3=10$	$r_4=1$	$r_5=10^{-1}$
OD ① - ③	y_1^1	100	1012	1111	1213	1241	1247	1247
	y_1^2	100	668	583	485	459	452	453
① - ④	y_2^1	100	157	185	198	204	203	203
	y_2^2	100	221	209	200	195	197	197
① - ⑤	y_3^1	100	493	508	510	511	511	512
	y_3^2	100	187	186	188	188	188	188
① - ⑥	y_4^1	100	796	800	803	804	804	804
	y_4^2	100	287	294	295	296	296	296
② - ④	y_5^1	100	617	582	582	576	579	576
	y_5^2	100	162	212	216	223	221	221
② - ⑤	y_6^1	100	537	648	692	702	701	701
	y_6^2	100	944	846	806	798	799	799
② - ⑥	y_7^1	100	1188	1180	1156	1132	1129	1129
	y_7^2	100	95	115	142	168	171	171
③ - ④	y_8^1	100	830	837	839	840	840	840
	y_8^2	100	353	358	359	359	359	360
③ - ⑥	y_9^1	100	1190	1060	983	955	952	953
	y_9^2	100	194	335	416	445	448	447
④ - ⑥	y_{10}^1	100	460	599	655	682	683	682
	y_{10}^2	100	421	295	244	218	217	218
容量チェック			λ_6 λ_4	λ_4			λ_6	λ_6

表 - 5. 5. 14 容量制限不等式を用いた確率最大化配分 - リンク交通量 計算値

$\gamma = 0.5$ 摂動パラメータの初期値 $r_0 = 10000$ 減少ステップ $1/10$

(単位: 台/時)

r_k の減少ステップ	関数呼出し回数	リンク1	リンク2	リンク3	リンク4	リンク5	リンク6	リンク7	リンク8	リンク9	容量チェック
$r_0=10^4$	37 ^回	2114	1707	2361	2889	2374	2190	1492	1132	2088	
$r_1=10^3$	12	2076	1800	2520	2862	2052	2673	1540	1354	1922	λ_6 λ_4
$r_2=10^2$	16	1996	1896	2548	2943	1853	2875	1581	1428	1864	λ_4
$r_3=10$	14	1978	1920	2540	2978	1799	2955	1602	1469	1829	
$r_4=1$	10	1971	1929	2535	2993	1792	2956	1606	1467	1833	λ_6
$r_5=10^{-1}$	9	1971	1929	2535	2993	1794	2953	1606	1466	1834	λ_6

図 - 5. 5. 22 容量制限不等式を用いた確率最大化配分 - リンク交通量計算値

$\gamma = 0.5$

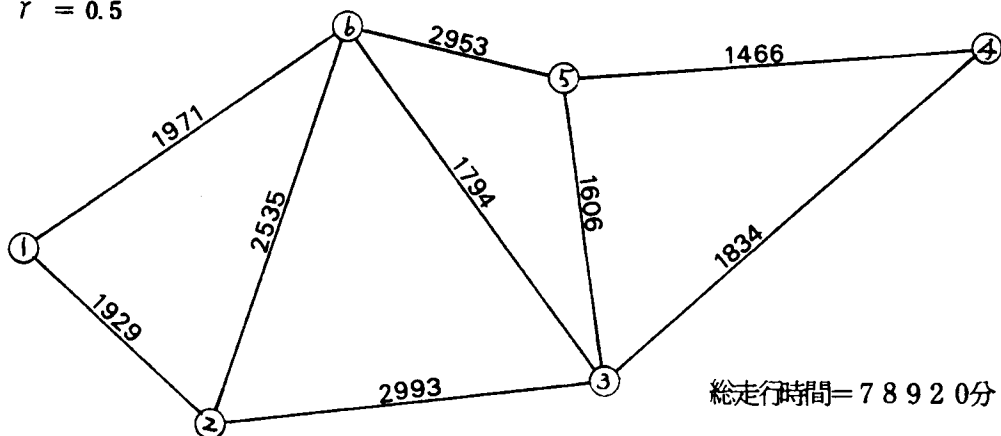


図 - 5. 5. 23 容量制限不等式を用いた確率最大化配分 - リンク交通量計算値

$\gamma = 0.1$

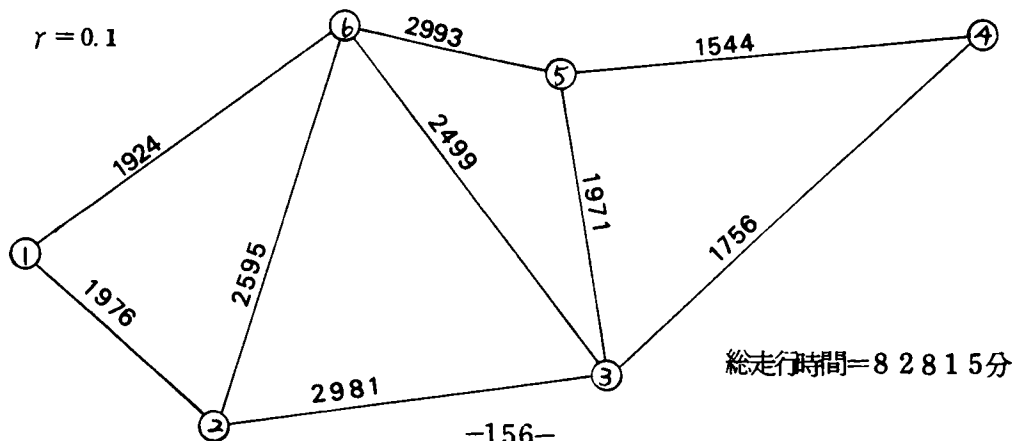


表 - 5. 5. 15 容量制限不等式を用いた確率最大化配分 - 配分交通量計算値

$\gamma = 0.1$ 摂動パラメーター初期値 $r_0 = 10000$ 減少ステップ = $1/10$

(単位: 台/時)

関数呼出し回数		-	23回	14回	21回	20回	20回	24回	22回	15回	13回
r_k の減少	ステップ	初期値	$r_0=10^4$	$r_1=10^3$	$r_2=10^2$	$r_3=10$	$r_4=1$	$r_5=10^{-1}$	$r_6=10^{-2}$	$r_7=10^{-3}$	$r_8=10^{-4}$
①-③	y_1^1	100	721	878	882	857	897	933	947	951	952
	y_1^2	100	562	687	775	829	799	766	753	749	748
①-④	y_2^1	100	48	147	151	182	179	184	186	185	187
	y_2^2	100	45	138	210	206	217	215	214	215	213
①-⑤	y_3^1	100	191	319	363	378	383	384	385	385	385
	y_3^2	100	157	262	296	309	313	315	315	315	315
①-⑥	y_4^1	100	396	537	583	598	603	604	605	605	605
	y_4^2	100	325	438	477	490	493	495	495	495	495
②-④	y_5^1	100	227	359	477	457	474	469	468	466	467
	y_5^2	100	199	315	281	330	322	330	332	334	333
②-⑤	y_6^1	100	561	699	600	686	666	680	686	689	688
	y_6^2	100	539	671	857	801	830	818	814	811	812
②-⑥	y_7^1	100	535	688	775	822	800	777	767	764	764
	y_7^2	100	376	485	484	465	495	522	533	535	536
③-④	y_8^1	100	442	583	629	644	649	650	651	651	651
	y_8^2	100	373	491	531	543	547	549	549	549	549
③-⑥	y_9^1	100	521	654	871	851	850	811	796	791	790
	y_9^2	100	496	622	488	536	546	587	604	609	610
④-⑥	y_{10}^1	100	307	451	385	424	432	459	472	476	475
	y_{10}^2	100	223	326	474	463	464	440	428	424	425
容量チェック					λ_6 λ_4	λ_4	λ_6				

表 - 5. 5. 16 容量制限不等式を用いた確率最大化配分 - リンク交通量計算値

$\gamma = 0.1$ 摂動パラメータの初期値 $r_0 = 10000$ 減少ステップ = $1/10$

(単位：台/時)

r の減少ステップ	関数呼出し回数	リンク1	リンク2	リンク3	リンク4	リンク5	リンク6	リンク7	リンク8	リンク9	容量チェック
$r_0 = 10^4$	23回	1198	1248	1776	1908	1683	1959	1408	927	937	
$r_1 = 10^3$	14	1690	1716	2403	2531	2151	2815	1784	1405	1406	
$r_2 = 10^2$	21	1871	1865	2430	2910	2604	2564	1876	1348	1790	λ_6 λ_4
$r_3 = 10$	20	1987	1862	2636	2786	2608	2844	1880	1479	1770	λ_4
$r_4 = 1$	20	1963	1920	2595	2913	2609	2840	1924	1480	1804	λ_6
$r_5 = 10^{-1}$	24	1938	1957	2597	2956	2539	2940	1954	1522	1773	
$r_6 = 10^{-2}$	22	1928	1970	2594	2975	2509	2979	1966	1538	1760	
$r_7 = 10^{-3}$	15	1924	1976	2598	2978	2499	2993	1969	1544	1755	
$r_8 = 10^{-4}$	13	1924	1976	2595	2981	2499	2993	1971	1544	1756	

なおこのときの収束過程は、表 - 5. 5. 1 5 および表 - 5. 5. 1 6 に与えられている。ただしこのときの y の初期値は $r = 0.5$ のときと同じですべて 100 とし、また摂動パラメータ r_k の初期値も同じ 10^4 で、 $r_k = r_{k-1} / 10$ の定率減少を採用している。なお $\gamma = 0.1$ のときの解は $r_8 = 10^{-4}$ の段階で収束し、そのシーケンスの回数は9回であった。またこのときもリンク4および6で容量オーバーがあり、この2つのリンクで容量制限不等式が導入された。

なお配分の結果で注目すべき点は、 $\gamma = 0.5$ のときOD② - ⑤において、また $r = 0.1$ のときはOD① - ④およびOD② - ⑤において走行時間の短い第1経路の配分交通量が走行時間の長い第2経路の配分交通量より小さくなっていることである。これは容量制限条件式導入の影響の結果であるところで、容量制限不等式を用いた確率最大化配分法の具体的な解法に、SUMTを援用したときの1つの問題点として、摂動パラメータ r_k 、およびその減少ステップ幅 c 、あるいは y の初期値をい

かに合理的に与えるかという点があげられる。これらの与え方によって、計算時間も随分異なってくると考えられるから、この配分モデルの実用化という面からも十分検討しておかなければならない。

表 - 5. 5. 17 摂動パラメーターの初期値と計算回数・計算時間の関係

	$\gamma = 0.5$			$\gamma = 0.1$		
	$r_0 = 10^4$	$r_0 = 10^5$	$r_0 = 10^6$	$r_0 = 10^2$	$r_0 = 10^3$	$r_0 = 10^4$
N (回)	6	7	7	7	9	9
M (回)	98	118	100	132	151	170
CPU Time (sec)	48.74	54.33	49.24	55.30	63.80	67.35

N : r_k のシーケンスの回数

M : 関数呼出し回数

表 - 5. 5. 17 は摂動パラメーターの初期値 r_0 を色々変えて計算したときの (他の条件は全く同じとして)、解が収束するまでの r_k の減少シーケンス回数 (N)、SUMT 変換された目的関数を呼ぶ延回数 (M)、および計算時間 (CPU time) を比較したものである。この表の結果によれば、 r_0 と計算回数および計算時間とはそれほど目立った関係はみられない。ただ r_0 をあまり小さくすると、等式条件が強くきいて計算過程の途中でしばしば不等式条件を越えてしまうことがあり、最小化を実行することが困難となることがあって好ましくない。一方 r_0 を大きくとりすぎると、逆に不等式条件の項が不当に重くなって、解が可能域の中に入ってしまうため、計算回数が増え容易に解が求まらないことがある。いずれにしても、 r_0 の値は問題のスケールリングに関係しており、本来の目的関数の値に比べて条件式の項が過大になりすぎたり、あるいは逆に過小にならないよう決定すべきである。したがって、 y_i^k の初期値の与え方にも関係してこよう。このように問題のスケールリングに相応した r_0 の決定方法としては、先に示した式 (5. 5. 36) および式 (5. 5. 37) による方法が参考となるであろう。また等式条件にかかる摂動パラメーターと不

等式条件にかかる摂動パラメーターは必ずしも同じである必要はない。実際、異なる摂動パラメーターを用いた方が計算量が少なくなることさえあるので、計算プログラムの中で工夫して、問題に応じて摂動パラメーターの値を変化させてもよい。

次に摂動パラメーター r_k の減少ステップ幅につ

いてみると、いま $c = 2, 5, 10, 15$ の場合についての計算回数と計算時間を比較したのが表 - 5. 5. 18 である。この結果によれば、一般的傾向として c を大きくとれば r_k の減少シーケンスの回数

表 - 5. 5. 18 r_k の減少ステップ幅と計算回数
計算時間の関係

	c = 2	c = 5	c = 10	c = 15
N (回)	11	6	6	5
M (回)	104	80	88	81
M / N	9.5	13.3	14.7	16.2
CPU time (sec)	45.74	37.41	40.25	39.54

N : r_k のシーケンスの回数 M : 関数呼出し回数

(N) は減少するが、1 回のシーケンス当りの関数呼び出し回数 (M / N) が増えるので、結局計算時間としてみれば、それほど大きな差がみられない。したがって求解のための労力は c とあまり関係がないと考えてよいと思われる。ただ c の値を大きくとりすぎたとき r_k が急激に変化して、やはり不等式条件を越えて、解が内的実行可能域

から出てしまうことがあるのでこの点については注意する必要がある。

次に表 - 5.

5. 19 は、 y

表 - 5. 5. 19 y_i^k の初期値と計算回数・計算時間の関係

	$r = 0.5$	$r_0 = 10^5$	$r = 0.1$	$r_0 = 10^4$
	y_i^k の初期値 all 100	y_i^k の初期値 all 400	y_i^k の初期値 all 100	y_i^k の初期値 all 400
N (回)	7	6	6	9
M (回)	118	88	170	173
CPU time (sec)	54.33	40.25	67.35	70.27

N : r_k のシーケンスの回数 M : 関数呼出し回数

の初期値による影響についてみたものである。当然のことながら正解に近い初期値を選んでおけば、収束が早く計算時間が少なくて済むが、実際にはこのような初期値を見つけることは困難である。むしろ不等式条件（容量制限）によって規定される実行可能な初期値を得るには、ある程度小さめの値から出発した方が得策であろう。

(4) 線形近似によるLP解法

目的関数あるいは制約条件式が非線形な場合に、それが部分的に線形近似できれば、線形計画問題に帰着させることが原理的には可能である。しかし多次元の曲面をどのような超平面の組合わせで近似すればよいかということは、きわめて困難な問題である。しかしながら、とくに非線形問題が個々の変数の非線形関数の1次結合で表わせるような特殊な場合（これを変数分離型と呼ぶ）すなわち、

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = a_1 f_1(x_1) + a_2 f_2(x_2) + \dots + a_n f_n(x_n) \quad (5.5.44)$$

のように表わすことができれば、各項を適当な折線で近似することによって線形計画問題に書き直すことができる。

ところで容量制限不等式を用いた確率最大化配分法においては、目的関数の第2項目が非線形となっており、しかも変数分離型の関数形で与えられているので、線形近似するにはまことに好都合である。しかも目的関数が各変数について凸関数であることが証明されているので、最小解が唯一つ存在することが保証される。

いま目的関数の中に現われる非線形項 $y_i^k \log y_i^k$ ($i = 1, 2, \dots, r, k = 1, 2, \dots, s$) のそれぞれを一般的に $f(y) = y \log y$ で表わすことにし、これを図-5.5.24に示すような折れ線によって近似したとしよう。ここに折線の各線形部分は

$$p_j = \frac{f(a_j) - f(a_{j-1})}{a_j - a_{j-1}} \quad (5.5.45)$$

を傾斜とする直線で、2点 $(a_{j-1}, f(a_{j-1})), (a_j, f(a_j))$ を通る。とくに $f(y)$ が凸関数であるから

$$P_1 \leq P_2 \leq \dots \leq P_n \quad (5.5.46)$$

の関係がある。これによって $f(y)$ は

$$f(y) \approx P_1 y_1 + P_2 y_2 + \dots + P_n y_n \quad (5.5.47)$$

$$0 \leq y_j \leq (a_j - a_{j-1}) \quad (j = 1, 2, \dots, n)$$

によって近似される。

このとき、最適解において原点から遠い変数がプラスでありながら、それよりも原点に近い変数が0になる恐れはないかという点であるが、式(5.5.46)がある以上、 P_j の小さい変数 y_1, y_2, \dots から埋めていくことが確実となる。したがって、最適解において不合理な解があらわれることはない。

以上の考え方に立って容量制限不等式を用いた確率最大化配分法を線形近似によって定式化し直すと、

$$\text{目的関数: } r \sum_i \sum_k \sum_j y_{ij}^k t_i^k + \sum_i \sum_k \sum_j (P_{ij}^k y_{ij}^k) \quad (5.5.48)$$

$$\text{を制約条件: } \sum_i \sum_k \sum_j h \delta_i^k y_{ij}^k \leq C_h \quad (h = 1, 2, \dots, \ell) \quad (5.5.49)$$

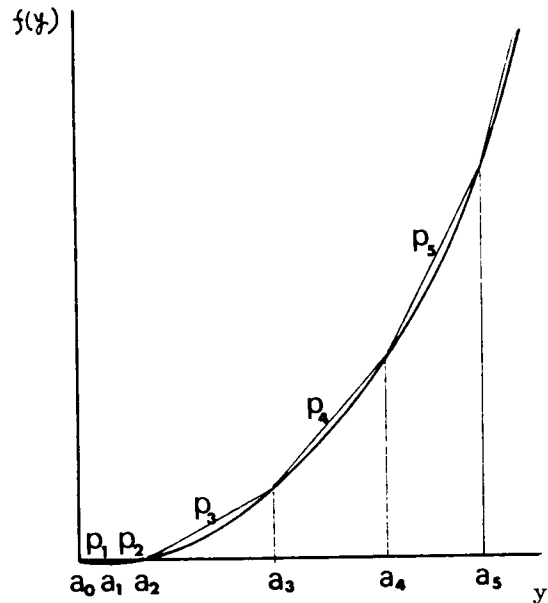
$$\sum_k \sum_j y_{ij}^k = X_i \quad (i = 1, 2, \dots, r) \quad (5.5.50)$$

$$0 \leq y_{ij}^k \leq (a_j - a_{j-1}) \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (5.5.51)$$

のもとで最小化する問題となる。

これによって、上の問題はLPによって求解が可能となるが、変数の数は一般に n 倍に増える。とくに制約条件の数も新たに式(5.5.51)が加わるため非常に増

図-5.5.24 非線形関数の線形近似



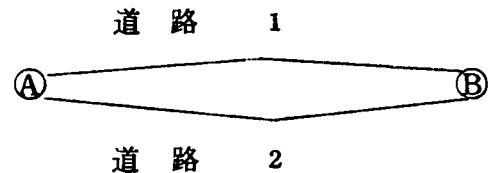
えてしまう。しかしこのような変数の上限、下限（非負）条件については、計算ルートを若干修正することによって、条件式の数をふやさずにすむ方法が考えられているのでこれを応用すればよい⁷⁹⁾。いずれにしても線形近似によるLP解法を適用すれば、条件式自体は増えないけれども変数が増えるため、とくに大規模な道路網上の配分問題に対しては、計算時間の増大、メモリー不足による処理不能などの問題が生じる。

計 算 例

図－ 5. 5. 2 5 道 路 網

次に簡単な計算例を1つ示そう。

図－ 5. 5. 2 5 に示すような2道路区間よりなる簡単な道路網を考える。



AB間の総交通量を10000台/時

とし、このうち道路 i ($i = 1, 2$)

の配分交通量を y_i 、また走行時間を T_i とする。走行時間は交通量に無関係に一定と仮定し、その代わり各道路には7000台/時の容量制限が課せられている。

このとき確率最大化配分法は

$$\text{制約条件： } \sum_i y_i = 10000 \quad (5.5.52)$$

$$0 \leq y_i \leq 7000 \quad (i = 1, 2) \quad (5.5.53)$$

のもとで

$$r \sum_i y_i T_i + \sum_i y_i \log y_i \quad (5.5.54)$$

を最小化する問題として定式化される。

制約条件式より y_i ($i = 1, 2$) のとりうる範囲は $0 \leq y_i \leq 7000$ で与えられるから、いまその区間をそれぞれ2等分し、目的関数の非線形項を図－ 5. 5. 2 6 に示すように線形近似する。すなわち、新たな非負の変数 y_{i1} , y_{i2} ($i = 1, 2$) を導入して

$$y_i \log y_i \doteq 8.715 y_{i1} + 9.903 y_{i2} \quad (i = 1, 2) \quad (5.5.55)$$

のように書き直す。ただし線形近似によって新たに導入された変数に対しては

$$0 \leq y_{ij} \leq 3500 \quad (i, j=1, 2) \quad (5.5.56)$$

なる制約条件が新たに加わる。

いま $r = 0.2$ ，走行時間を $T_1 = 9$ 分， $T_2 = 13$ 分と仮定してこの配分問題をLP問題として定式化し直すと，結局

$$\begin{aligned} \text{目的関数：} & 10.317 y_{11} + 11.703 y_{12} \\ & + 11.117 y_{21} + 12.503 y_{22} \end{aligned} \quad (5.5.57)$$

を制約条件： $y_{11} + y_{12} + y_{21} + y_{22} =$

$$10000$$

$$0 \leq y_{11} + y_{12} \leq 7000$$

$$0 \leq y_{21} + y_{22} \leq 7000$$

$$0 \leq y_{11} \leq 3500 \quad 0 \leq y_{12} \leq 3500$$

$$0 \leq y_{21} \leq 3500 \quad 0 \leq y_{22} \leq 3500$$

(5.5.58)

のもとで最小化する問題に変換される。上に示すように制約条件の中に等式条件が含まれているが，罰金Mの導入により通常のシンプレックス法によって解を得ることができる。このとき初期のシンプレックスタブローは表-5.5.20のように与えられる。結局求める解は，

$$y_{11} = 3500, y_{12} = 3500, y_{21} = 3000, y_{22} = 0$$

図-5.5.26 非線形関数の線形近似

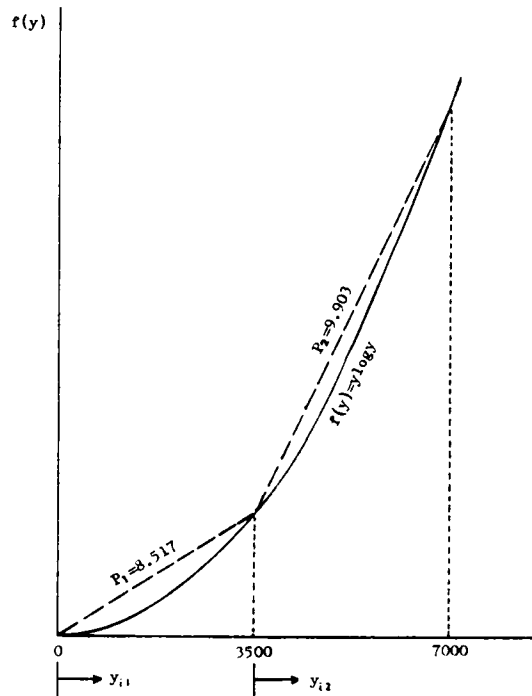


表 - 5. 5. 20 初期のシンプレックス タブロー

	$v_j \rightarrow$	0	-10,317	-11,703	-11,117	-12,503	-M	0	0	0	0	0	0
$v_i \downarrow$	変数	s	y_{11}	y_{12}	y_{21}	y_{22}	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5	λ_6	λ_7
-M	λ_1	10000	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
0	λ_2	7000	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	λ_3	7000	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0
0	λ_4	3500	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	λ_5	3500	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	λ_6	3500	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
0	λ_7	3500	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1
	$s_j - v_j$	-10000M	-M+10,317	-M+11,703	-M+11,117	-M+12,503	0	0	0	0	0	0	0

となり、よって元の配分問題の解は

$$y_1 = 7000 \text{ 台/時}, \quad y_2 = 3000 \text{ 台/時}$$

となった。なお参考のため元の配分問題を前に示したSUMTによって解いたところ、得られた真の解は

$$y_1 = 6898 \text{ 台/時}, \quad y_2 = 3102 \text{ 台/時}$$

であった。

5.6 配分対象経路の選定

確率最大化配分法においては、変数がパスフローとして扱われているため、配分計算の際各ODペアに対して、あらかじめ経路を指定しておく必要がある。対象道路網が比較的小規模なものであれば、道路網をみながら経験的に経路の選定を行なうことは、ある程度可能であるが、道路網が非常に大規模なものであったり、また1つのODペアに最短経路ばかりでなく、第2、第3経路など何本もの経路を指定する必要のある場合は、経路探索は非常に面倒な作業となる。したがってこのような場合には、機械的に経路探索を行なう方法を工夫しなければならない。最近では、電子計算機を利用した経路探索の有効なアルゴリズムが提案されており、その実用化が進められている。

経路探索の基本は最短経路の探索である。ここで、最短という意味は、一般には距離的にもっとも短いという意味で使われていることが多いが、勿論、時間やその他のファクターで、経路の評価を表わすことも可能である。ただ、その値は常に固定されている必要がある。

さて、2地点間の最短経路探索のアルゴリズムを最初に発表したのはG. B. Dantzigといわれているが、この方法はシンプレックス法に基づいているため、計算機のメモリーが膨大となるなどの理由から、大規模な道路ネットワークに対しては、実用的なアルゴリズムとはいえなかった。ほぼ同時期に、E. F. Mooreが新しい最短経路探索のアルゴリズムを発表したが、この方法は電子計算機利用を前提とするものとしては合理的なもので、とくに道路ネットワークに適した実用的なアルゴリズムである。一方、すべてのOD間の最短経路を同時に探索する方法は、A. Shimbelによってなされたが、この方法は、マトリックスを用いた方法であった。ついでR. Bellmanは動的計画法(DP)を用いた計算機用のアルゴリズムを提案したか、これは基本的にはShimbelの方法と同じである。

最近の研究によれば、^{80), 81)} 2地点間の最短経路探索の現在もっともよいとされている解法はE. W. Dijkstraによる方法⁸²⁾であるとされている。また、すべての

OD間の最短経路を同時に求める解法としては、R. W. Flagd⁸³⁾が S. Warshall⁸⁴⁾の方法に基づいて開発したアルゴリズムがもっともよいとされている。一方、Dantzig⁸⁵⁾も Floyd の解法と同じ程度に有効な方法を提案している。

すべてのOD間の最短経路を同時に探索する方法は、小規模な道路網には非常に有効な望ましい方法であるが、大規模な道路網の場合は、計算機のメモリー量が非常に膨大となり、また、無駄な計算を多く含むなどの欠点がある。したがって、大規模な道路網を対象とするときは、2地点間の最短経路探索をODペアの数だけ順次行ない、最終的に全OD間の最短経路を求める方が得策と考えられる。

さて、確率最大化配分法では、各ODペアに対して、複数本の経路を指定する必要があるため、最短経路のほか、第2、第3経路等を順次探索しておかねばならない。

第k番目の経路の探索方法に関しては、F. Bock, H. Kantner および J. Haynesの研究⁸⁶⁾が最初であるが、この方法はあるOD間のすべての経路をシステムティックにリストアップする方法であって、小規模な道路ネットワークに対してのみ適用しうるものであった。この種の問題に対して、最初に有効なアルゴリズムを提案したのは、W. HoffmanとR. Pavley⁸⁷⁾である。さらに、少し遅れて R. BellmanとR. Kalaba⁸⁸⁾がやはり有効な別の探索方法を提案しているが、計算量からいえば、ある特定のODペア間のしかも第2経路の探索だけの問題なら、Hoffman-Pavleyの方法がすぐれており、一方、ある特定の地点から、その他のすべての地点へのk番目の経路の探索には、Bellman-Kalabaの方法がよいとされている。⁸⁹⁾

しかしHoffman-Pavley法、Bellman-Kalaba法のいずれもループを含んだ経路を選び出す可能性があるため、これをチェックしなければならない欠点をもっている。S. Clarke, A. KrikorianおよびJ. Rausenはループを含まない経路だけを探索する方法⁹⁰⁾を提案しているが、これはHoffman-Pavleyの方法を改良したものである。また、M. Pollackはkが2とか3程度の小さい

値をとるときに有効な方法⁹⁾を提案しており、この方法もループを含まない経路だけを探索することができる。しかしこの方法は、大きな道路ネットワークに対して計算量が非常に膨大となり、あまり実用的ではない。

上で明らかにした第 k 番目経路探索の各種の方法は、Bock – Kantner – Haynesの方法を除いて、すべて基本的には、最短経路探索に基づいたアルゴリズムとなっており、最短経路探索に比べて、その何倍もの計算量となることはさげがたい。

ところで、交通量配分における経路探索の問題を、運転者の経路選択挙動という立場から考えてみると、道路網において、ある目的地に向かう車がどの経路を選択するかを、車1台1台について考えてみると、きわめて、多様性に富んでおり、多分に個性的である。一般に、運転者が経路を選択する際に影響を与える要因として、時間、距離、快適性、経済性、安全性など多くの要因が考えられ、しかもこれらの要因の影響の程度は、各運転者に対して均一なものではない。運転者の属性（性別、年齢、性格、所得など）によって変化し、また同じ運転者に対しても、そのときのトリップ目的やトリップ長の違いによって複雑に変化する。したがって最適経路というものが理論上考え得たとしても、人間の行動の複雑さや道路上の交通条件の変動が、そのような最適経路の存在を、現実には否定しているといえるであろう。また、たとえ最適経路というものが存在し得たとしても、運転者自身、どの経路が最適経路なのであるかという正確な情報を持ちあわせていないのが普通である。たとえば、運転者の経路選択に関する追跡調査によれば、運転者自身は、距離がもっとも短いと考えて選択した経路のうち、41.2%は実はそうでなかったという結果が報告されている（第2章2.4参照）。

運転者の経路選択に関する以上の事実は、配分対象経路を考えると、最適経路、第2経路、第3経路、……といったものを数学的な厳密さにおいて正確に求めることの意義をある程度無意味なものにしている。要は各ODペアに対して何本かの現実的な利用経路を与えておけばよいのであって、どの経路が何番目に最適なの

かというような厳密性は、配分問題に関しては、あまり重要なことではない。むしろこれらは配分の結果として明らかとなるのである。

以上のように、ネットワーク上の最適経路探索問題として、理論上の厳密解として得られた経路と、通常の交通現象として、現われる運転者の選択経路との間には多少のずれを生じることがあるので、計算機によって探索された経路をそのまま配分対象経路として指定せずに、その前に計算機による経路探索によって得られた理論解が、実際の交通現象として考える上で果たして妥当な経路であるかどうかを、経験的な判断によってあらかじめチェックする必要がある。それと同時に経験に基づいた経路探索法をできるだけ活用することも考えてよいであろう。たとえば各OD間の最短経路だけを計算機によって探索し、次適経路以下の経路は、この最短経路を参考にしながら適当に判断したり、あるいは道路ネットワークをいくつかのサブネットワークに区分して、経路探索を行なうなどして、計算量を減少させるなどの工夫も考えられてよい。

最後に各ODペアごとに与えるべき経路本数について触れておこう。一般にいえることは、経路本数が多いほど現実の配分パターンに近づけることができるということである。しかしその本数にも限度があり、本数を多くすれば、それだけ計算量が増大するし、また、ある程度の本数を考えると、それ以上増やしても、配分結果自体はあまり変化しないということも考えられる。したがって基本的には、配分計算に要求される精度とそれにかかる計算量の兼ね合いによって、問題ごとに決められるべきである。

ところで、運転者の経路選択に関するアンケート調査によれば、大部分の運転者は通常2ないし3本の経路を選択対象として考えており、それ以上はきわめて少ないという結果が報告されている。勿論、交通目的、トリップ長、トリップの頻度などによって、この値は変化するが現実には、それほど多くないと判断してよい。

しかし、そうかといって配分問題に取り上げる経路本数が2ないし3本でよいということにはならない。それは配分対象として取り上げる道路ネットワークのスケ

ールと交通の発生集中のためのゾーニングに関係してくるからである。

トリップ長との関連性からいえば、一般にトリップ長が増えるにしたがって、道路網上での選択可能なルート数が増加すると考えられる。たとえば西独の5つの都市で実施されたアンケート調査によれば、トリップ長が増えるとルート数も増え、直線距離で2～6マイルの間で最大本数3～5本をもち、しかしそれ以上トリップ長が増えると、逆にルート本数が減少することが報告されている。また地域的にみれば、道路網が密に張り巡らされた市街地は郊外よりルート本数が多くなることが考えられる。

以上の点から考えて、通常の交通量配分問題に対して、各ODに対し、せいぜい3～5本程度の経路指定にとどめておくのが常識的であろう。

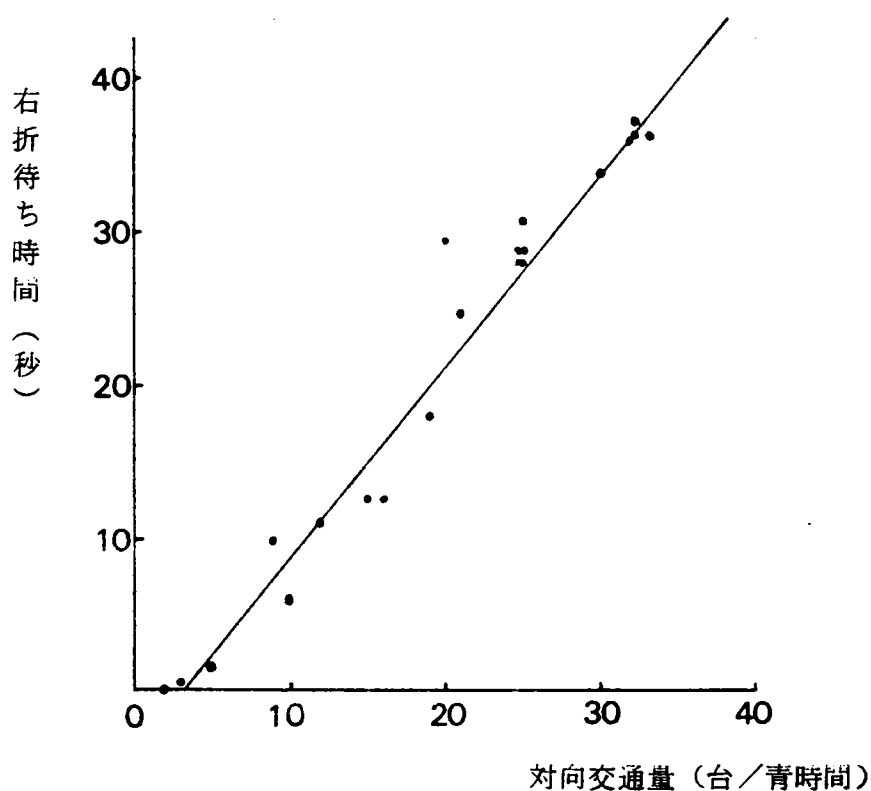
5.7 右左折ペナルティの導入

市街地の道路網には、格子型をしたものが多いが、このような格子型道路網において経路探索を行なうとき、単に道路区間長から割り出された走行時分だけで経路評価を行なうと、右折、左折を繰り返してジグザグに進むような経路が選ばれる可能性がある。実際の交通流では、目的地までなるべく右左折の回数が少なくて済む経路がより多く利用されていることを考えれば、これは明らかに不合理である。このような非現実的な経路選出を防ぐ方法として、交差点における、右左折に対して、ある一定の罰則（turn penalty）を課すことが考えられよう。

このとき、運転者が交差点で右左折する際に感じる抵抗感を、いかに定量的に評価するかが1つの問題であるが、たとえば、実測によって右折、左折による遅れ時間が与えられれば、これはペナルティ値を決定する上で1つの参考となるであろう。ところで右折待ちとは、対向交通流によってもたらされるものであるから、平均右折待ち時間は対向交通量と密接な関係があると考えられる。図－5.7.1は実測による対向直進交通量と平均右折待ち時間の関係を示したものであるが、両者の間には、ほぼ直線的な比例関係のあることがわかる。一方、左折待ちとは、主に横断歩行者が

図 5.7.1 対向交通量と右折待ち時間の関係

(青現示後 5 秒間に右折する車について)



調査地点：名古屋市栄交差点

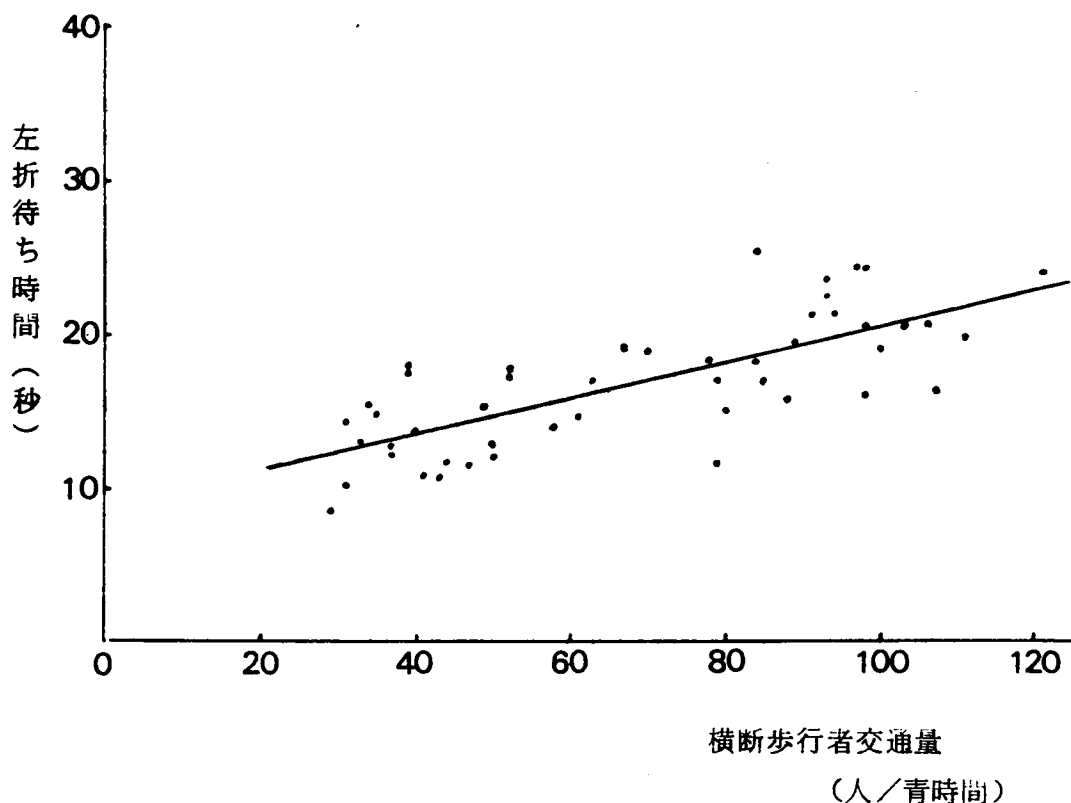
調査日時：昭和 45 年 1 月 19 日（14 時～14 時 30 分）と 24 日

（12 時 15 分～13 時 15 分）の計 21 サイクル

原因となって生じる。図－5.7.2 は、やはり実測による横断歩行者数と平均左折待ち時間の関係を示したものであるが、これもほぼ直線的な比例関係にあることがわかる。

このように右左折による遅れ時間は、対向交通量や横断歩行者数と密接な関係にあるほか、信号の現示時間、交差点の大きさや形状などにも影響されるため、実際

図 5.7.2 横断歩行者交通量と左折待ち時間の関係



調査地点：名古屋市栄交差点

調査日時：昭和44年11月28日(金)、29日(土)のそれぞれ14時から15時の間の計42サイクル

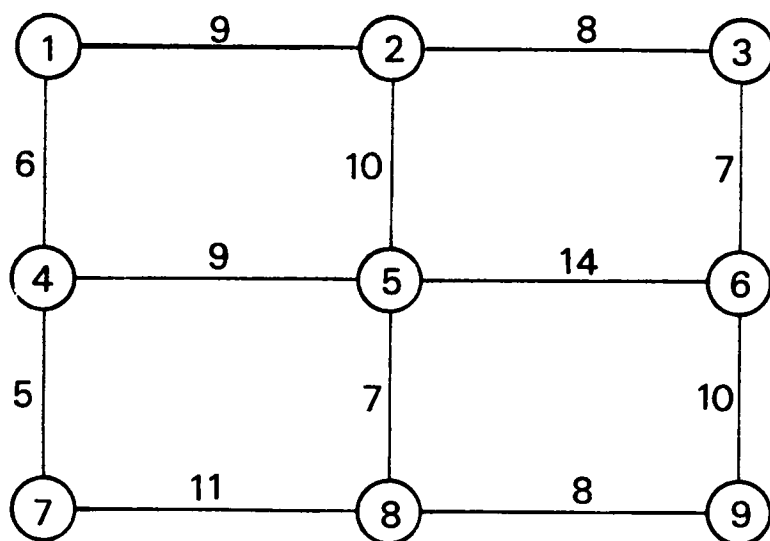
には各交差点ごとに、また同一の交差点であっても流入部ごとに異なった値をもつ。しかし、これらを交差点ごとに1つ1つ実測することは非常な労力を要し、また右左折に伴う抵抗感自身に、単に遅れ時間だけで評価しにくい、心理的な要素も含まれていると考えられることから、実際には、道路網内の全交差点に対して均一に、対向交通量や横断歩行者交通量に無関係な一定の右左折ペナルティ値を用いるか、あるいは交差点の状況に応じて、せいぜい数種の右左折ペナルティ値を使い分ける方法が採られている。たとえば、M. S. Bronziniは、実際の都市の道路網を取り

上げて、経路探索を行なった際、²²⁾ 左折ペナルティ（注 右側通行のため、ここでの左折は、わが国の場合の右折に相当する）を交差点交通量によって4つのクラスに分け、その値を0秒から60秒の間で変化させたときの配分結果を実績値と比較して、その適合性を検討している（右折ペナルティは考慮されていない）。また D. L. Wood, J. T. Brudeseth, V. G. Stover らは、やはり実際の道路網を取り上げて、右左折ペナルティを導入したとき（それぞれ0.2分としている）の配分交通量を検討した結果、²³⁾ 右左折ペナルティを導入しても、非現実的な経路が完全になくなるわけではなく、経路探索を複雑にする手間ほどに効果がないと述べている。

しかしながら、右左折ペナルティの導入によって非現実的な経路探索がある程度改善されることは確かであるので、市街地道路網を対象とする場合は、一般的には右左折ペナルティの導入を原則とすべきであろう。ただペナルティ値の扱いについては、問題によってはできるだけ簡略化することが望ましい。

次に右左折ペナルティを導入する場合の道路網の表現方法について述べよう。一般に道路網は交差点をノード、道路区間をリンクとして表わし、経路探索の際に道

図 5.7.3 道 路 網



	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	9	0	6	0	0	0	0	0
2	9	0	8	0	10	0	0	0	0
3	0	8	0	0	0	7	0	0	0
4	6	0	0	0	9	0	5	0	0
5	0	10	0	9	0	14	0	7	0
6	0	0	7	0	14	0	0	0	10
7	0	0	0	5	0	0	0	11	0
8	0	0	0	0	7	0	11	0	8
9	0	0	0	0	0	10	0	8	0

は、所定のペナルティ値を課す方法である。この方法は、ノード数、リンク数ともに実際の道路網の交差点数、道路区間数と同じでよい利点があるが、対象道路網は格子型に限られ、交差点はすべて4枝交差である必要があり、また、右折と左折の

```

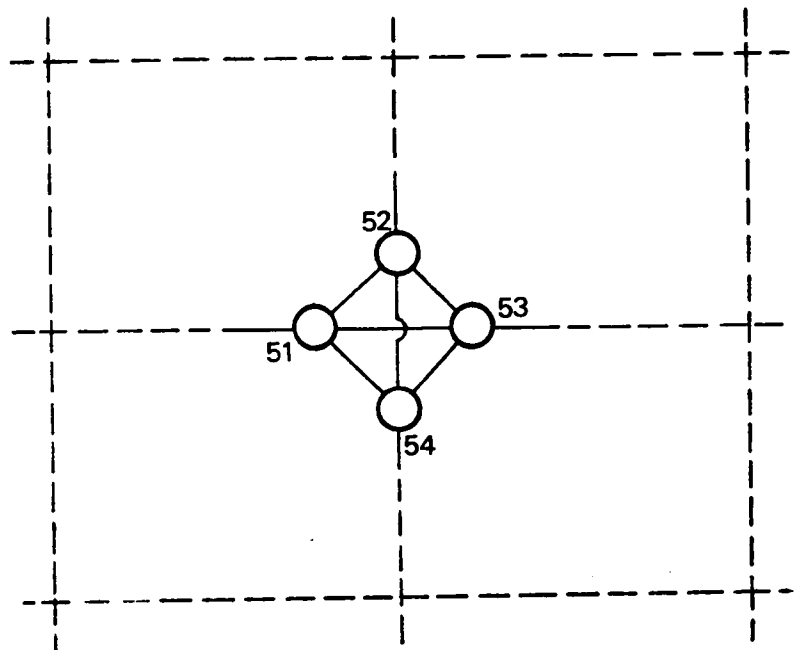
graph LR
    1((1)) --- 9 --- 2((2))
    2 --- 8 --- 3((3))
    1 --- -6 --- 4((4))
    4 --- 9 --- 5((5))
    5 --- 14 --- 6((6))
    5 --- -7 --- 8((8))
    8 --- 8 --- 9((9))
    7((7)) --- 11 --- 8
    7 --- -5 --- 4
    2 --- -10 --- 5
    3 --- -7 --- 6
    6 --- -10 --- 9
  
```


判別ができず、さらに交差点の方向別交通量が求められない欠点がある。

図－5.7.5の例は、

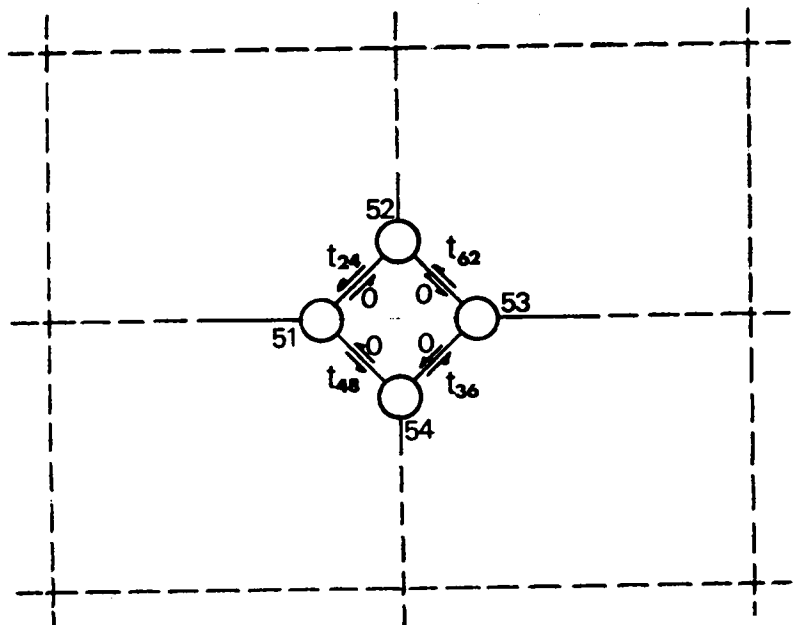
図 5.7.5 ターンペナルティの表現方法－2

交差点ノードを4つのサブノードに分けて表現する方法である。この方法だと、たとえばサブリンク⑤①→⑤②は左折、⑤①→⑤③は直進、⑤①→⑤④は右折という具合に、右折、左折、直進が判別でき、したがって方向別の交通量が求められる利点があるが、ノード数、リンク数がそれぞれ交差点1つにつき4倍、2.5倍に増加する。



図－5.7.6は、左折ペナルティが省略できる場合で、このときは、ノード数はやはり4倍に増えるが、リンク数は2倍となる。

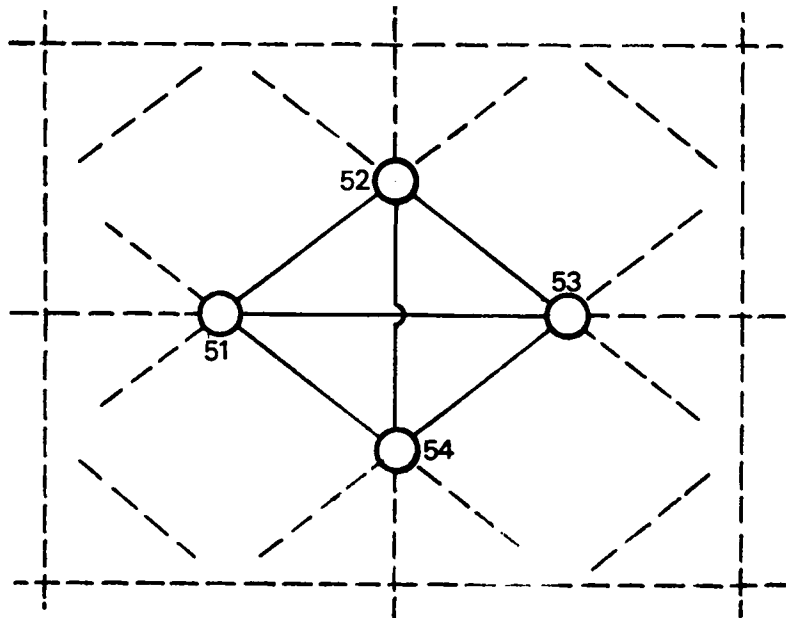
図 5.7.6 ターンペナルティの表現方法－3



一方、図－5.7.7

図 5.7.7 ターンペナルティの表現方法－4

の例は、リンク中央にノードを設けることによって、さきの図－5.7.6を簡略化した方法であり、リンク数ノード数ともに図－5.7.6に比べて減少できるが、道路区間の交通量が直接求められなくなる。



一般に、右左折用のサブリンクを用い

る方法は、リンク数、ノード数共に増加するが、右左折ペナルティを対向交通量の関数として表わす場合や、交差点における右左折容量を考慮する場合、あるいは一方通行、右左折禁止などの交通規則による経路の変更を取り扱うような場合には適した方法である。いずれにしても、どの表現方法を採用かは問題ごとに検討されるべきであると考えられる。

5.8 リンクフローによる確率最大化配分法の定式化

前節まで取り扱われてきた確率最大化配分法では、いわゆるパスフローとしての定式化がなされてきた。したがって、道路網の中からあらかじめ各ODごとに配分対象経路を指定し、それぞれの経路に配分される交通量が変量として取り扱われている。このようにパスフローによる定式化によれば、OD間の配分対象経路を限定できるため、扱う変数の数を少なくできる利点をもっているが、その反面配分計算に先立って各OD間に何本かの経路を指定するため、5.6で示したような経路探索

という面倒な作業を必要とする。

ところで、パスフローによる確率最大化配分理論においては、各OD間に複数本の経路を指定し、交通がこれらの経路に配分される状態を、車1台1台区別してみたときの区別できる組み合わせの数というものを考え、このような微視的状态をもとにして導かれた配分理論であるが、このときの経路に代わるものとして道路区間（リンク）を取り、リンク上の車の分布状態をベースにした微視的状态というものを取り上げたとしても、配分理論自体には本質的な違いはないと考えられる。これはいわゆるリンクフローとしての確率最大化配分理論ということであり、この場合は道路網に配分される各OD交通量が、リンクごとに変量として取り扱われる。このとき問題は次のように定式化される。すなわち、いま道路網の各ノード（分岐点）に番号をつけ、リンク（道路区間）はその両端のノード番号によって表わすことにして、リンク ij 上の走行時間を t_{ij} 、リンク ij の容量を C_{ij} 、 k なるODのリンク ij に配分される交通量を φ_{ij}^k 、 k なるODのOD交通量を X_k とする。このとき目的関数は

$$\gamma \sum_{i,j,k} t_{ij} \varphi_{ij}^k + \sum_{i,j,k} \varphi_{ij}^k \log \varphi_{ij}^k \quad (5.8.1)$$

となり、これを次の連続条件

$$\sum_j (\varphi_{ij}^k - \varphi_{ji}^k) = \begin{cases} X_k, & i \text{ が交通発生ノードのとき} \\ -X_k, & i \text{ が交通集中ノードのとき} \\ 0, & \text{その他} \end{cases} \quad (5.8.2)$$

容量制限条件

$$\sum_k \varphi_{ij}^k \leq C_{ij} \quad (5.8.3)$$

および非負条件

$$\varphi_{ij}^k \geq 0 \quad (5.8.4)$$

のもとで最小化する問題となる。

この問題は目的関数が非線形関数であるため、非線形計画問題となる。目的関数

の第2項目を、とくに5.5.3の(4)で示した手法の援用によって線形近似すれば、LPの問題となって求解が可能となるが、変数の数がさらに膨大となる欠点がある。したがってこの問題に対する一般的な解法としては、やはり5.5.3の(1)で提案したSUMTが得策であろう。

とくに容量制限不等式の代わりに、リンク走行時間が走行時間関数で与えられる場合、目的関数は

$$\gamma \sum_{i,j,k} \sum_{ij} \sum_{ij} \lambda_{ij}^k t_{ij} (\sum_k \lambda_{ij}^k) + \sum_{i,j,k} \sum_{ij} \sum_{ij} \lambda_{ij}^k \log \lambda_{ij}^k \quad (5.8.5)$$

となり、このときは制約条件が等式だけになるので、ラグランジュの未定乗数 λ_i^k を導入することにより、

$$\gamma \sum_{i,j,k} \sum_{ij} \sum_{ij} \lambda_{ij}^k t_{ij} (\sum_k \lambda_{ij}^k) + \sum_{i,j,k} \sum_{ij} \sum_{ij} \lambda_{ij}^k \log \lambda_{ij}^k + \sum_{i,j} \sum_{ij} \lambda_i^k (\sum_j \lambda_{ij}^k - \sum_j \lambda_{ij}^k - X_k) \quad (5.8.6)$$

を最小化する問題に変換できる。この場合も λ_{ij}^k を陽の形で求めることはできないが、数値解法によって求めることはできる。たとえばFletcher-Powell法はその1つの方法である。

いずれにしてもリンクフローによる定式化に従えば、原則として各ODについて道路網の全区間が対象とされるため、扱う変数は多くなるが、結果的に各ODについて道路網上で考えられるすべての経路を配分対象として考えていることになるので、経路探索の必要はなくなる。

5.9 有料道路の通行料金最適化への試み

前節までの確率最大化配分法に関する記述においては、経路の評価値として走行時間のみを取り上げてきた。これは対象とする道路網全体がある程度同質な道路区間から構成されているかぎりにおいては、その他の多くの影響要因であるたとえば距離、燃費などの走行経費、快適度や混雑度などの道路のサービス水準等が、走行

時間と密接な関係にあることが認められ、よってこれら要因の最大公約数的な意味において走行時間を採用し、これによって交通抵抗値を代表させることに十分な説得力があると考えられるためである。しかしながら、たとえば道路網の一部区間が有料となる場合においては、もはや走行時間だけを評価値とした配分計算では不都合が生じるであろう。このような場合には、走行時間のほか通行料金をも合わせ考える必要がでてくる。そこで本節では、有料道路の通行料金最適化という応用問題を通して、確率最大化配分法が有料道路を含む道路網に対しても適用可能であることを示すことにする。なお配分にあたって、走行時間と通行料金という全く単位の異なる要因を同一尺度で評価しなければならないが、ここでは通行料金を時間価値で除すことにより、料金を走行時間に換算する方法を採ることにした。通行料金や時間価値は車種によって異なる値をもつが、ここでは説明の都合上簡単のため単一車種の交通量を対象とすることにする。

現行の有料道路の料金設定方式は、道路建設や維持管理に要する道路費用を償うように料金を設定する、いわゆる償還主義が採られており、したがって通行料金は道路費用の平均費用に設定するという、いわゆるフルコスト原則に基づいた設定方式となっている。この原則によれば、道路供給者に損失を生じることはないが、高速道路網の段階的な建設整備拡大が行なわれたり、新規有料道路の建設によって複数の有料道路間に競合関係が生じるようになってくると、償還主義にもとづく料金設定にはいくつかの矛盾が表面化してくる。そのため最近では路線別に採算計算を行なって料金を設定し償還させるという個別償還主義のかわりに、一群の路線を併合して計算するいわゆる料金プール制が採用されるようになってきた。プール制は個別償還主義に対する総合償還主義の考え方であるが、いずれにしても償還主義の立場に立った方式であるから、償還が終了すれば無料公開されるたてまえには変わりはない。

これに対し、近年道路施設の最適利用という観点からの料金設定の考え方が重要

視されるようになってきた。これは一般に混雑税という概念に相当するもので、交通需要が比較的多く混雑によって社会的限界費用が増大するような路線で、とくに適合しうるものである。この考え方はいわゆる（社会的）限界費用価格形式原則に基づくもので、この原則によれば、混雑料金（道路の通行料金）は社会的限界費用と私的費用（時間費用などの利用者個人に関する費用）の差に等しくすべきであるとされ、このとき渋滞を生じることなくその道路をもっとも効率的に利用できるとしている。

ところで有料道路の利用効率だけを問題とした以上の考え方は、有料道路と一般の無料の道路が並行して存在する場合、あるいはもっと一般的に一部区間に有料道路を含む道路網全体での最適利用を考えた料金設定方法にも適用できる。ただしこのときは、一般道路の利用効率をも含めて考える必要があるため、対象道路網の全体系を評価する基準を設定する必要がある。ところで有料道路の料金政策を考える場合、稀少資源を最適に配分するという配分目的的立場と、独立採算的な収入達成を目的とする私企業的立場の2つがあげられる。⁷⁷⁾ 前者は限界費用価格形成原則、後者はフルコスト原則に対応するもので、M. J. Beckmannはそれらの具体的な評価基準として、それぞれ総走行時間最小化と収入料金最大化を提案している。⁷⁸⁾

いずれにしても、評価基準が決まり容量曲線（平均走行費用曲線）と需要曲線が与えられれば、各原則による最適料金が決定できることになるが、従来この需要曲線の算定が困難とされてきた。そこで需要曲線の設定にあたり本章で先に提案したような配分理論を応用すれば、たとえ道路網を対象とする広範囲な場合でも、各区間の需要交通量（配分交通量）を区間相互の関連性において算定できるため、まことに好都合である。そこで先の確率最大化配分法の1つの応用例として、道路網内に含まれる有料道路の最適料金の決定方法にこの配分法を適用してみることにした。

まず簡単のために2地点を結ぶ一般道路（無料）と高速道路（有料）の2本の道路について考えてみることにする。前提として2地点間の需要交通量は一定、途中での車の出入りはないものとし、したがって最適交通配分にのみ注目するものと仮

定する。一般道路の交通量を \mathcal{V}_1 、走行時間を t_1 、高速道路の交通量を \mathcal{V}_2 、走行時間を t_2 、料金を m 、時間価値を μ 、総需要量を x とする。

まず高速道路の交通量は双方の走行時間、および通行料金の関数（これを需要関数と呼ぶ）で表わされ

$$\mathcal{V}_2 = f(t_1, t_2, m) \quad (5.9.1)$$

$$\frac{\partial x_2}{\partial t_1} > 0, \quad \frac{\partial x_2}{\partial t_2} < 0 \quad (5.9.2)$$

となることが必要である。また一般道路の交通量は、

$$\mathcal{V}_1 = x - \mathcal{V}_2 \quad (5.9.3)$$

で表わされ

$$\frac{\partial x_1}{\partial t_1} < 0, \quad \frac{\partial x_1}{\partial t_2} > 0 \quad (5.9.4)$$

とならなければならない。

一方各道路の走行時間は、交通量の関数、すなわち走行時間関数（これを経済学の分野では容量関数と呼ぶ）として表わされる。

$$t_1 = g_1(x - \mathcal{V}_2) \quad (5.9.5)$$

$$t_2 = g_2(\mathcal{V}_2) \quad (5.9.6)$$

よって、式（5.9.5）（5.9.6）を式（5.9.1）に代入すれば

$$\mathcal{V}_2 = f(g_1(x - \mathcal{V}_2), g_2(\mathcal{V}_2), m) \quad (5.9.7)$$

と書き改められる。以上の仮定のもとで、次にフルコスト原則に立つ収入料金最大化に基づく料金の設定と限界費用価格形成原則に立つ総走行時間最小化に基づく料金の設定方法について Beckmann の式を参考にしながら検討してみよう。

<収入料金最大化>

式（5.9.7）で与えられる陰関数を改めて

$$\mathcal{V}_2 = \varphi(m) \quad (5.9.8)$$

と書く。よって収入料金を最大化する料金は

$$m\psi_2 \equiv m\varphi(m) \quad (5.9.9)$$

を料金 m で微分した導関数がゼロとなることである。

$$\varphi(m) + m\varphi'(m) = 0 \quad (5.9.10)$$

また陰関数の微分公式により

$$\varphi'(m) = \frac{dy_2}{dm} = - \frac{\frac{\partial f}{\partial m}}{\frac{\partial f}{\partial y_2} - 1} = - \frac{\frac{\partial f}{\partial m}}{\frac{\partial f}{\partial t_1} \frac{\partial g_1}{\partial y_2} + \frac{\partial f}{\partial t_2} \frac{\partial g_2}{\partial y_2} - 1} \quad (5.9.11)$$

となる。ところで一般には

$$\frac{\partial f}{\partial t_2} = \mu \frac{\partial f}{\partial m}, \quad -\frac{\partial f}{\partial t_1} = \mu \frac{\partial f}{\partial m} \quad (5.9.12)$$

の関係が成立するから

$$\varphi'(m) = - \frac{\frac{\partial f}{\partial m}}{-\mu \frac{\partial f}{\partial m} \frac{\partial g_1}{\partial y_2} + \mu \frac{\partial f}{\partial m} \frac{\partial g_2}{\partial y_2} - 1} \quad (5.9.13)$$

となり、結局式 (5.9.10) は

$$\varphi(m) - \frac{m \frac{\partial f}{\partial m}}{-\mu \frac{\partial f}{\partial m} \frac{\partial g_1}{\partial y_2} + \mu \frac{\partial f}{\partial m} \frac{\partial g_2}{\partial y_2} - 1} = 0 \quad (5.9.14)$$

よって

$$m = \mu \frac{\partial g_2}{\partial y_2} \varphi(m) - \mu \frac{\partial g_1}{\partial y_1} \varphi(m) - \frac{\varphi(m)}{\frac{\partial f}{\partial m}} \quad (5.9.15)$$

なる関係が導ける。ただ上式より料金 m を陽の形に解くことは困難であり、一般には反復計算によって求めるほかない。

<総走行時間最小化>

総走行時間 T は

$$T = \mathcal{V}_1 t_1 + \mathcal{V}_2 t_2 \quad (5.9.16)$$

よってこのときの最適料金は

$$\min_m [(x - \mathcal{V}_2) g_1 (x - \mathcal{V}_2) + \mathcal{V}_2 g_2 (\mathcal{V}_2)] \quad (5.9.17)$$

から求められる、上式をmに関して微分すると

$$\{ -(x - \mathcal{V}_2) \frac{d g_1}{d \mathcal{V}_2} - g_1 + v_2 \frac{d g_2}{d \mathcal{V}_2} + g_2 \} \frac{d \mathcal{V}_2}{d m} = 0 \quad (5.9.18)$$

となる。

実際問題として考えてみるに、有料道路利用者数は料金の上昇に対して減少するものと思われるもので、

$$\frac{d \mathcal{V}_2}{d m} < 0 \quad (5.9.19)$$

とみなせる、よって式(5.9.18)が成立するためには

$$(x - \mathcal{V}_2) \frac{d g_1}{d \mathcal{V}_2} + g_1 = v_2 \frac{d g_2}{d \mathcal{V}_2} + g_2 \quad (5.9.20)$$

とならなければならない。

しかし式(5.9.20)の中には料金mが入っておらず、mは交通量を変動させるだけで直接求めることはできない。よって式(5.9.20)よりまず各道路の交通量ならびに走行時間を求め、これらを式(5.9.9)に代入してmを逆に求める方法をとればよい。式(5.9.20)の両辺はそれぞれ一般道路と有料道路の社会的限界費用そのものであって、よって総走行時間最小化配分とは、両道路の社会的限界費用(このときの費用は道路時間費用)が等しくなるように配分されることを意味することがわかる。

計算例 1

実際の道路をとり上げた計算例を次に示そう。対象とする道路は熱海市の郊外か

ら中心部に至る海岸線沿いにはほぼ平行して走る国道135号線、および有料道路（民営）熱海ビーチラインの2本の道路である。この道路の現況データは表5.9.1に示すとおりである。

表 5.9.1 道 路 現 況

	国道135号線	熱海ビーチライン
ル　　ー　　ト　　番　　号	1	2
区　　間　　長（km）	6.8	6.2
平　均　車　道　幅　員	7	8
出　　入　　制　　限	な　　し	あ　　り
沿　　道　　状　　況	市　街　部	郊　外　部
歩　　　　　　　　道	な　　し	な　　し
小型乗用換算交通量 （上り方向 台/30分）	223	94
制　限　速　度（km/h）	40	60
通行料金（小型乗用、円）	無　　料	130
走　行　時　間　（分）	10.33	6.62

注：交通量調査は昭和46年12月実施

走行時間は試験走行車による観測値

まず走行時間関数の設定であるが、交通量がゼロの時の走行時間は制限速度で走行時の走行時間とし、一般国道および有料道路それぞれ10.20分、6.20分とした。よって走行時間関数を線形に仮定した場合

$$\text{国道135号線： } t_1 = 0.00058 Q_1 + 10.20 \quad (5.9.21)$$

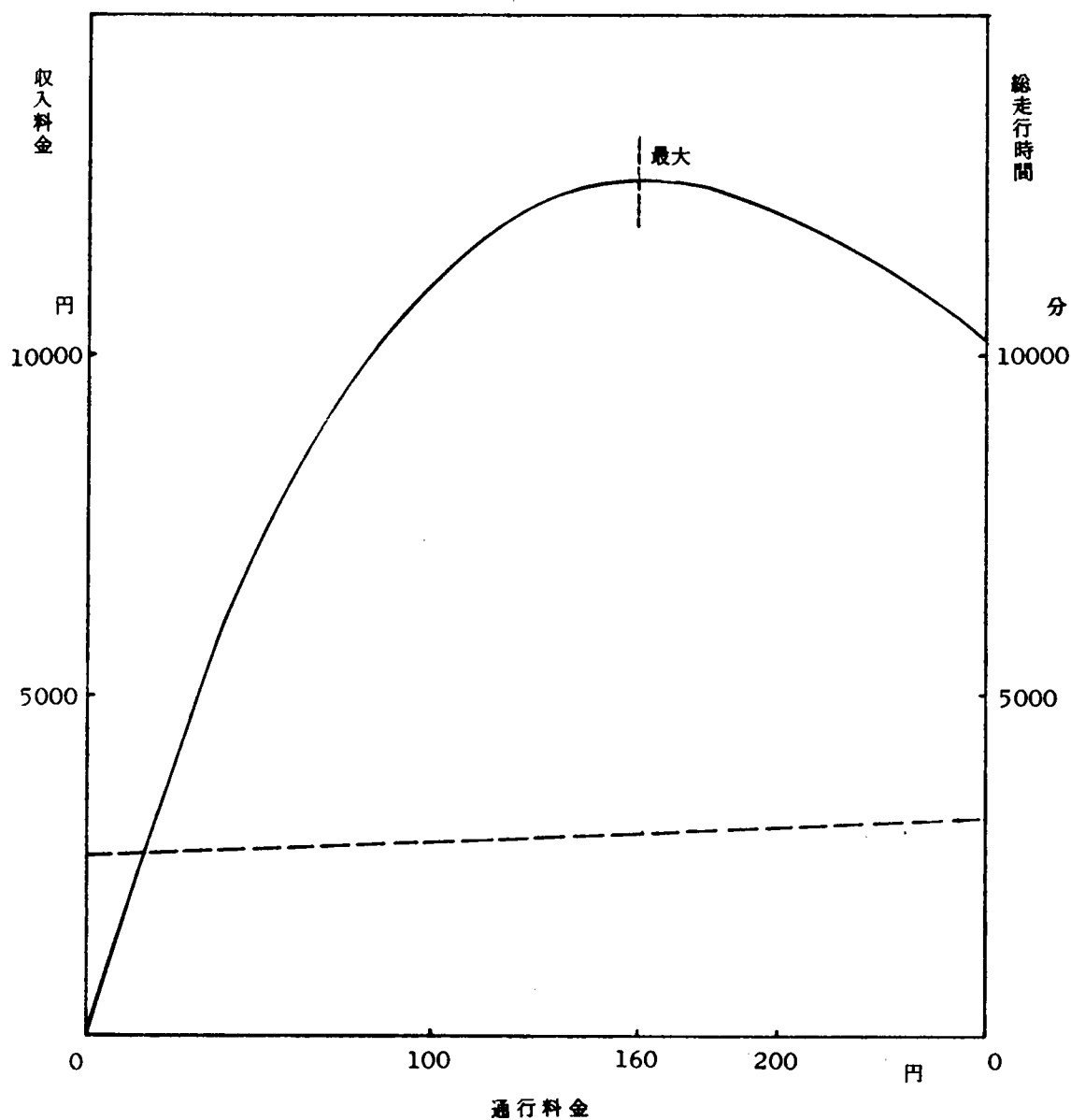
$$\text{熱海ビーチライン： } t_2 = 0.00447 Q_2 + 6.20 \quad (5.9.22)$$

となる。また配分式に現われる γ の値は、表5.9.1に与えられた実績の配分交通量

に一致するよう逆算して求めたが、その結果は $r = 0.0784$ である。

さて料金 m を 0 円から 10 円きざみに増やしながら配分計算を行ない、それぞれの場合の収入料金および総走行時間を求めてグラフに示したのが図 - 5.9.1 である。その結果、収入料金を最大化するときの料金は 160 円、また総走行時間を最小化するときの料金は 0 円となった。実際の料金が 130 円であり、またこの有料道路

図 5.9.1 通行料金と収入料金、総走行時間との関係



が民間経営であることを考えれば、おおむね妥当な結果を得たといえる。なお表 5.9.2 には収入料金最大および総走行時間最小のときの配分交通量と走行時間が示されている。なお全体の交通量の増減との関連性をみるため、総交通量を 4 倍に増加したときの最適料金を求め、その結果をやはり表 5.9.2 に示した。すなわちこの

表 5.9.2 最適料金とそのときの交通パターン

	総交通量 317 台/30 分		総交通量 1268 台/30 分		実績値
	収入料金最大化	総走行時間最小化	収入料金最大化	総走行時間最小化	
最適料金	160 円	0	170	40	130
配分交通量 {					
国道 135 号線	239 台/30 分	142	990	740	223
熱海ビーチライン	78 台/30 分	175	278	528	94
走行時間 {					
国道 135 号線	10.34 分	10.28	10.77	10.63	10.33
熱海ビーチライン	6.55 分	6.98	7.44	8.56	6.62

ときは収入料金を最大にする最適料金が 170 円、総走行時間を最小とする最適料金が 40 円となっている。いずれも総交通量が増えれば最適料金も上昇しているが、その関係は収入料金最大化による方が総走行時間最小化の場合に比べて相対的に緩慢である。ただこの傾向は問題によって異なってくるとされる。なお総交通量が 4 倍に増加したとき、最適料金における収入料金は 3.8 倍、総走行時間は 4.6 倍に増加した。

次に、都市高速道路網のような場合の最適料金を議論する場合は、一般街路を含めた道路網を対象に広い範囲での検討が必要である。ところで先ほどまでの議論は、一部に有料区間を含んだ道路網を対象とする場合にも適用可能である。そこでいま ℓ 本のリンクからなる道路網を考え、いまそのうち s 本 ($s \leq \ell$) が有料区間であるとしよう。このとき採用する各リンクの走行抵抗値 F_h ($h = 1, 2, \dots, \ell$) は、実際の走行時間に通行料金を時間価値で割って走行時間に換算した値を加えた

$$F_h = T_h \left(\sum_i \sum_k \delta_i^k \lambda_i^k \right) + m_h / \mu \quad (5.9.23)$$

で表わせばよい。ここに m_h はリンク h の通行料金（無料の場合は $m_h = 0$ とおけばよい）、 μ は時間価値である。よってこのときの配分交通量は先の式（5.5.5）に代わって

$$\begin{aligned} \lambda_i^k &= f(T_1, T_2, \dots, T_\ell, m_1, m_2, m_s) \\ &= \frac{\exp\{-\gamma \sum_k \delta_i^k (T_k + \sum_i \sum_k \delta_i^k \lambda_i^k T_k' + m_k / \mu)\}}{\sum_k \exp\{-\gamma \sum_k \delta_i^k (T_k + \sum_i \sum_k \delta_i^k \lambda_i^k T_k' + m_k / \mu)\}} X_i \end{aligned} \quad (5.9.24)$$

となる。よってこのときの収入料金最大化による料金決定は、式（5.9.23）および式（5.9.24）のもとで

$$\sum_h \sum_i \sum_k \delta_i^k \lambda_i^k m_h \quad (5.9.25)$$

を最大化する m_h ($h = 1, 2, \dots, s$) を求める問題となる。一方総走行時間最小化による料金決定は、同じく式（5.9.23）および式（5.9.24）のもとで

$$\sum_h \sum_i \sum_k \delta_i^k \lambda_i^k T_h \left(\sum_i \sum_k \delta_i^k \lambda_i^k \right) \quad (5.9.26)$$

を最小化する m_h を求める問題として定式化される。しかしながらいずれにしても最適料金を陽の形で求めることは困難であり、数値解法によらざるをえない。また各有料区間の料金 m_1, m_2, \dots, m_s は互いに独立であることはまれで、たとえば実際の有料道路によくみられる均一料金制や距離比例制などを前提とするならば、制御変数としての m の数はさらに少ないものとなり求解が容易となるであろう。

計算例 2

計算例として前に用いた道路網（図 5.4.1）と OD 交通量（表 5.4.1）を再び用いることにする。この道路網の有料区間はリンク 5 とし、いまこの区間の最適料金を決めるものとする。走行時間関数は線形式を採用する。線形式の各定数は表 5.9.3 に示すとおりである。

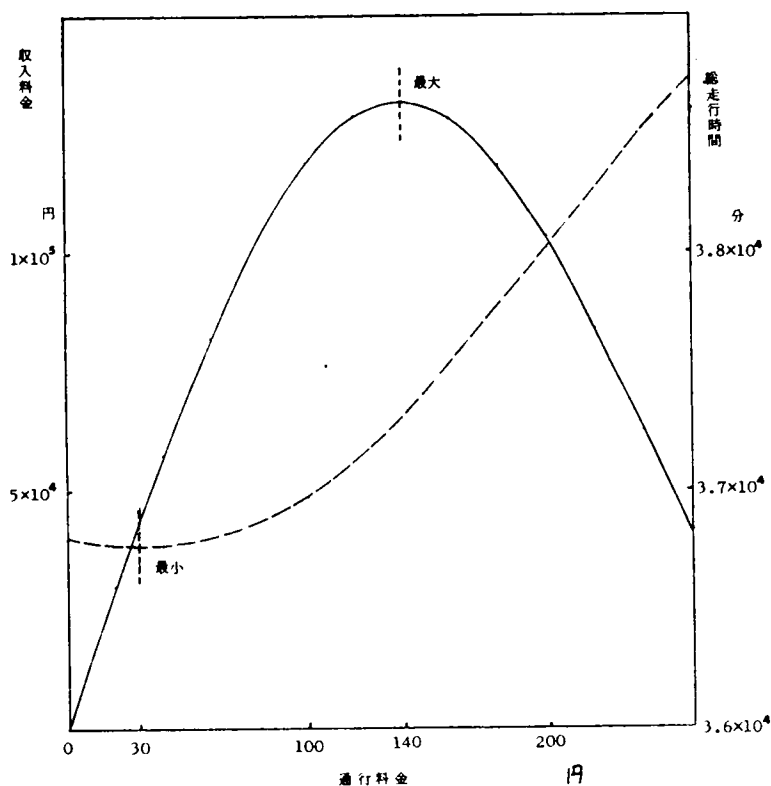
計算はまず料金 m を固定し、そのとき得られた配分結果から収入料金および総走

表 5.9.3 線形走行時間関数の定数

リンク番号	a_h	b_h
$h=1$	0.0030	24.0
2	0.0015	12.0
3	0.0025	20.0
4	0.00225	18.0
5	0.0020	8.0
6	0.0009	7.2
7	0.00135	10.8
8	0.0025	20.0
9	0.0030	24.0

行時間を求める。この計算を料金 m を動かしながら計算し、その結果をプロットしたグラフが図-5.9.2である。ただしこの計算では $r=0.5$ と仮定し、また時間価値を $10\text{円}/\text{分}$ としている。この計算結果によれば、料金と収入料金との関係は料金と総走行時間との関係に比べて敏感で、料金によって収入料金は大きく影響

図 5.9.2 通行料金と収入料金・総走行時間との関係



を受けるが、総走行時間の変化は比較的小さい。収入料金を最大にする料金は140円、また総走行時間を最小とする料金は30円となっている。すなわち収入料金最大化、総走行時間最小化の各最適料金の大小関係は、一般に収入料金最大化の料金の方が大である。なおこのときの配分交通量およびリンク交通量は、それぞれ図－5.9.3、図－5.9.4および表－5.9.4、表－5.9.5に示されている。

図 5.9.3 収入料金が最大となるときのリンク交通量
 $r = 0.5$

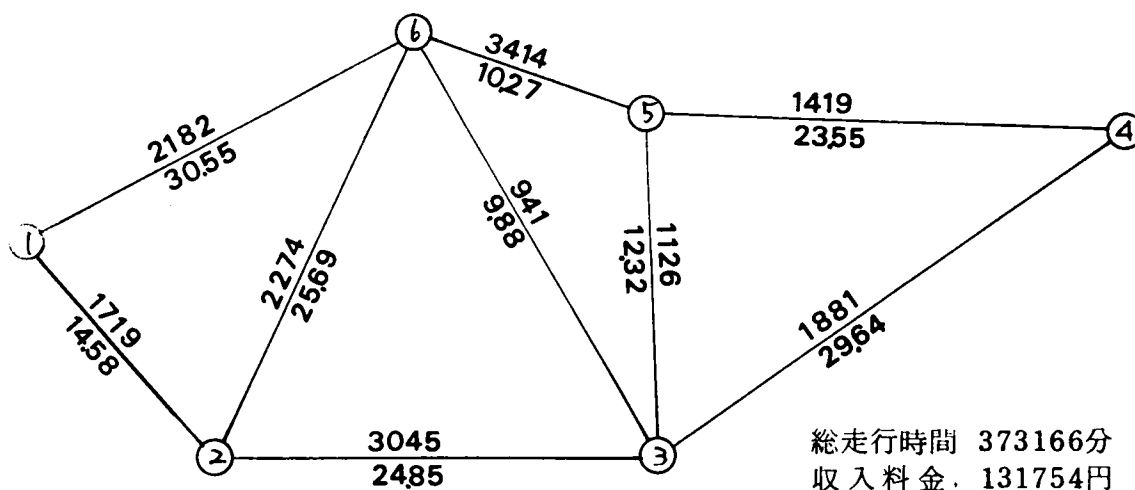


図 5.9.4 総走行時間が最小となるときのリンク交通量
 $r = 0.5$

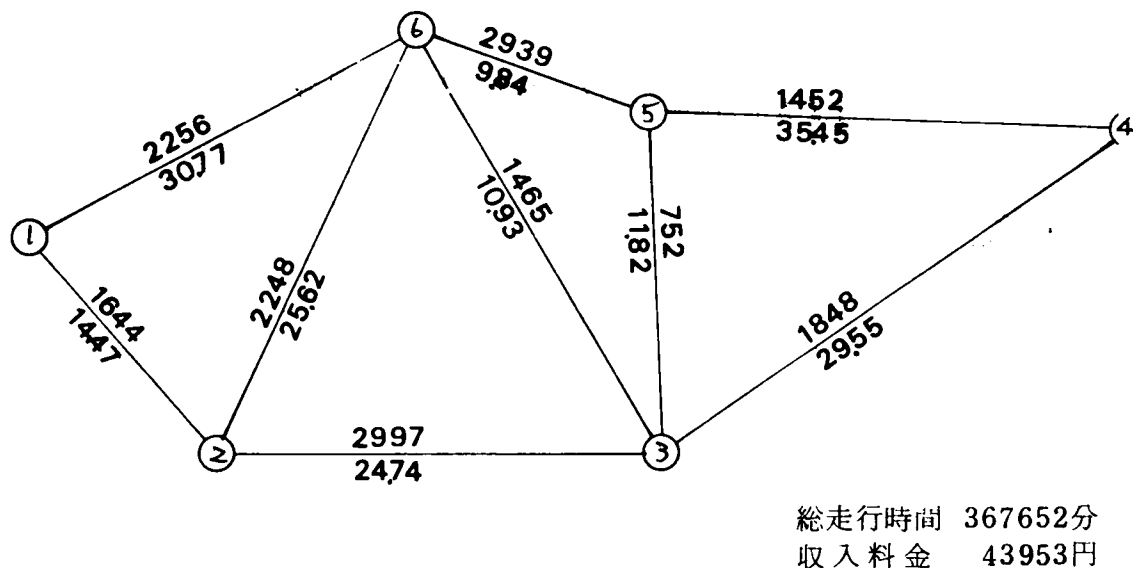


表 5.9.4 収入料金が最大となるときの配分交通量

$$r = 0.5$$

O D	第 1 経 路		第 2 経 路	
	配分交通量	経路走行時間	配分交通量	経路走行時間
① - ③	1698 ^{台/時}	39.43 ^分	2 ^{台/時}	40.43 ^分
① - ④	386	64.37	14	69.07
① - ⑤	698	40.82	2	50.54
① - ⑥	1096	30.55	4	40.26
② - ④	734	54.49	66	59.51
② - ⑤	902	35.96	598	37.17
② - ⑥	1300	25.69	0	34.73
③ - ④	1133	29.64	68	35.87
③ - ⑥	940	9.88	461	22.59
④ - ⑥	900	33.82	0	39.52

表 5.9.5 総走行時間が最小となるときの配分交通量

$$r = 0.5$$

O D	第 1 経 路		第 2 経 路	
	配分交通量	経路走行時間	配分交通量	経路走行時間
① - ③	1618 ^{台/時}	39.21 ^分	82 ^{台/時}	41.70 ^分
① - ④	383	64.24	17	68.75
① - ⑤	697	40.61	4	49.93
① - ⑥	1095	30.77	6	40.09
② - ④	720	54.29	80	59.09
② - ⑤	859	35.46	641	36.56
② - ⑥	1300	25.62	0	35.67
③ - ④	1109	29.55	91	35.44
③ - ⑥	1387	10.93	19	21.66
④ - ⑥	898	33.47	2	40.48

次に総交通量と最適料金との関係を見るため、表 5.4.1 に与えた OD 交通量をすべて 2 倍したものを配分したところ、このときの収入料金最大化の最適料金は 200 円、また総走行時間最小化の最適料金は 40 円となった。いずれも総交通量が増加すれば、それに応じて最適料金も増加する傾向があるが、総走行時間最小化の最適料金については、その増加傾向が比較的緩慢であるのに対し、収入料金最大化の最適料金は敏感であるといえる。とくに総交通量が少ない場合は、総走行時間最小化の最適料金はゼロとなり、すべての道路区間は無料で開放することが最適であるということになる。

5.10 結 語

本章で展開された確率最大化配分法は、道路網上における運転者の経路選択挙動を確率論的現象としてとらえ、経路選択挙動の多様性を前提として、確率的にもっとも確からしい交通量配分パターンというものを求める配分モデルである。したがって、この配分モデルはあくまでも現実の交通量配分現象の正確な記述をめざしたものであるということが出来る。しかしながら確率的にみた最適配分パターンが、果して現実の実現しているかどうかは全く別の問題であって、これはやはり実際の問題への適用を通して、その適合性を検討してゆかなければならない。この点からいえば、本章で取り扱った計算例のほとんどが仮想の道路網を対象としたものであり（唯一の例外は 5.9 で取り扱った熱海新道と国道 135 号線の 2 道路内の配分問題である）、配分モデルの適合性についての検討は必ずしも十分であるとはいえない。したがってこの点に関しては今後の課題として残されている。

しかしながら現実の運転者の経路選択挙動を考えると、元来交通の配分現象は、交通の OD 分布現象（OD 分布に関する確率的考察は第 3 章で展開された）に比較してもより確率的であるといえ、したがって交通量配分を確率的に論じること自体には、OD 分布の場合以上に説得力があるし、また配分モデルの中に表われる定数 γ が、通常実績値との適合性が最大となるように設定されるので、この意味に

においては、本配分モデルの実際との適合性について十分成算があるとみられる。

実際との適合性を考える上において、やはり考慮しておかなければならない問題は容量制約の導入である。本章では容量制約の具体的な方法として、走行時間関数を導入する方法と、容量制限不等式条件を課す方法の2つを提案したが、いずれにせよ容量制約を考慮することによって数学的取り扱いの困難さは増大する。しかしながら確率最大化配分法が、目的関数をもつ最適化問題として定式化された数少ない配分モデルであり（すでに提案されている多くの配分手法の中で、完全な形の定式化によって表現されているものは、等時間原則配分や輸送計画的配分などごく限られている）、かえって容量制約を考慮する場合にはこの方が数学的に取り扱いやすい面があり、最近急速に進歩を遂げている非線形計画法の手法が適用できる。

すなわち、走行時間関数を導入する場合は配分解を陽表的に求めることはできないが、逐次近似解法によって比較的容易に解が得られることを明らかにしたし（5.2参照）、一方容量制限不等式条件を導入した場合は、まずSUMT変換によって制約条件付きの最適化問題を制約条件なしの最適化問題に変換し、つぎにこの制約条件なしの最適化問題をFletcher-Powell法によって解くことによって解が求められる（5.5.3参照）。また目的関数の線形近似によって線形計画法の問題として解く方法も提案した。ところで、容量制約の考え方をいくつか示しそれぞれの解法を提案してきたけれども、どの方法が実用的であるかという点が1つの検討材料である。容量制約の方法として、走行時間関数を導入する方法と容量制限不等式条件を導入する方法とを比較すると、総合的にみれば走行時間関数を導入した方が配分パターンの記述的モデルとしてはより現実的であり、また計算上からみても実用的である。表5.10.1は同一の配分問題に対して走行時間関数を導入した場合と、容量制限不等式条件を導入した場合のCPU計算時間を比較したものである。計算時間は、計算プログラムの組み方如何んによっても多少変わるけれども、表5.10.1からはある程度の傾向を読みとることができよう。

確率最大化配分法は、また目的関数を有した形で定式化されているが故に、解の

表 5.1 0.1 容量制約の導入方法と計算時間

容量制約の導入方法	C P U 計算時間	備 考
走行時間関数 を導入したとき	6.5 0 ^秒	m = 3
線形関数 非線形関数	1 7.1 1	m = 1 9
容量制限不等式を導入したとき	3 7.4 1	λ_i^k の初期値 = all 400 $r_0 = 10000$ 、 減少ステップ = 1/5
容量制約を考慮しないとき	0.6 4	

存在やその唯一性についての検討が容易に行なえることも特徴的である。その結果は非線形計画法における解の探索に非常に貢献している。また、確率最大化配分法が他の等時間原則配分や輸送計画的配分との関連性についても論及できたことは注目されてよい。

配分計算に先立って生じる経路探索上の諸問題も交通量配分の適合性と実用性に大きくかかわりをもつ要素である。これらの問題に対しても検討を加えたが（5.6、5.7参照）、大規模な道路網を対象とする場合は、やはり交通量配分問題の宿命として相当量の計算時間を必要とすることは覚悟せねばならないようである。また経路探索をともしなわれないリンクフローとして定式化された確率最大化配分法も提案したが（5.8参照）、これも大規模な道路網を対象とする場合は、変数の数が膨大となるなどの問題を包含している。

以上述べてきたように、確率最大化配分法の実用化には計算技術上検討すべき問題が少なからず残されているが、配分理論としての厳密な論理性を有した数少ない配分モデルとして、その特徴を生かした適用が期待される。

参 考 文 献

- 1) 第2章の2)に同じ
- 2) Moskowitz K. : "California Method of Assigning Diverted Traffic to Proposed Freeways" H.R.B Bulletin 130, 1956
- 3) 第3章の2)に同じ
- 4) Moore E.F.: "The Shortest Path Through a Maze, " Proc. Internat. Symp. on the Theory of Switching, 1957
- 5) Dantzig G.B.: "Discrete - Variable Extremum Problems", J. Opns Res, Soc, America, Vol 5, pp. 266~277, 1957
- 6) 前掲4)に同じ
- 7) Shimbel A.: "Structure in Communication Nets, " Proc. Symp. on Information Networks, Brooklyn Polytechnic Institute, New York, 1954
- 8) Bellman R.: "On a Routing Problem", Quart. Appl. Math. 16, pp. 87~90, 1958
- 9) 毛利正光, 西村 昂: "マトリックス法による最短路の計算と交通量配分計算について", 第7回日本道路会議論文集, pp. 71~74, 昭和38年10月
- 10) 加藤 晃, 中原清志: "道路網における交通量配分計算について", 第7回日本道路会議論文集, pp. 60~63, 昭和38年10月

- 11) "Traffic Assignment Manual"; Bureau of Public Roads, Office of Planning, Urban Planning Division, 1964
- 12) Smock R: "An Iterative Assignment Approach to Capacity Restraint on Arterial Networks" H.R.B. Bulletin 347, pp 60~66 1962
- 13) 第4章の2)に同じ
- 14) "Comparative Analysis of Traffic Assignment Techniques with Actual Highway Use", H.R.P. Report 58, 1968
- 15) "Final Report of the Highway Transportation Demand Research Project", Research Report R 65-24, M.I.T 1965
- 16) 名古屋周辺道路網整備計画調査報告書(配分交通量将来計画編)" 中部地方建設局 昭和41年2月
- 17) 北山種夫, 戸山一雄, 堀江幸男: "新しい手法を応用した道路網の交通量配分" 高速道路と自動車, Vol. X. No. 8 pp 25-33 昭和42年8月
- 18) "広島の都市交通の現況と将来" 広島都市交通問題懇談会, 昭和46年6月
- 19) Carroll J.D: "A Method of Traffic Assignment to an Urban Network" H.R.B. Bulletin 224 pp 64~71 1959
- 20) "Chicago Area Transportation Study Final Report

- ” Vol. 1 1959, Vol. 2 1960
- 21) Schneider M : “ A Direct Approach to Traffic Assignment ” H.R.R. № 6 pp 71~75 1963
- 22) “ Pittsburgh Area Transportation Study ” Vol. 1 1961, Vol. 2 1962
- 23) Martin B.V. and Manheim M.L. : “ A Research Program for Comparison of Traffic Assignment Techniques ” H.R.R. № 88, 1965
- 24) 杉 恵 頼 寧 : “ 増加交通配分法の研究 ” 道路 1 月号 pp 40~47 昭和46年1月
- 25) Soltman T.J. : “ Effects of Alternate Loading Sequences on Results from Chicago Trip Distribution and Assignment Model ” H.R.R. № 114 pp 122~140 1965
- 26) 第 3 章 の 2) に 同 じ
- 27) Cambell E.W : “ A Mechanical Method for Assigning Traffic to Expressway ” H.R.B Bulletin 130 1956
- 28) Brokke G.E : “ Program for Assignment to a Highway Network ” H.R.B Bulletin 224 1959
- 29) Merts W.L : “ Traffic Assignment to Street and Freeway System ” Traffic Engineering , July 1960
- 30) 加 藤 晃 : “ 道路網計画における交通流解析の適用 ” 道路

9月号・10月号, 昭和39年9月・10月

- 31) 星野哲三：“道路網における交通流分配の理論” 第5回
日本道路会議論文集 pp 68~70 昭和34年10月
- 32) 第2章の2)に同じ
- 33) Jorgensen N.Q：“Some Aspects of the Urban
Traffic Assignment Problem ” Graduate Report
ITTE University of California 1963
- 34) Mosher W.W：“A Capacity Restrained Algorithm
for Assigning Flow to a Transportation Network ” H.R.R №6 pp 41~49 1963
- 35) 佐佐木 綱：“道路網における交通量の配分手法” 日本地域
学会年報第2号 pp 19~34 昭和38年
- 36) 飯田恭敏：“カット法による等時間原則交通量配分-
三角型道路網への適用” 交通工学 Vol. 5 №6
pp 26~38 昭和45年11月
- 37) 中堀一郎, 半田 哲, 斉藤美邦：“等時間原則による交
通量配分の簡易計算手法”回路とシステム理論研究会資料CT
72-79 電子通信学会 昭和48年2月
- 38) 佐佐木 綱, 井上博司：“等時間原則による交通量配分の
繰返し計算法” 土木学会論文報告集 第215号 pp43~47
昭和48年7月
- 39) 第2章の2)に同じ
- 40) Charnes A. and Cooper W.W：“Multicopy Traffic
Network Models ” Proc. of the Sympo. on the Th_

- theory of Traffic Flow, Warren Michigan,
pp 85~96 1959
- 41) 飯田 恭 敬：“バスターミナルによる交通量配分” 交通工学
Vol. 4, No.2 昭和44年3月
- 42) Tillman F.A., Pai D.K., Funk M.L., and Snell R.R.
：“An Iterative Approach to Traffic Assignment”
Transpn Res, Vol.2, pp 63~72 1968
- 43) Funk M.L., Snell R.R. and Blackburn J.B.：“
Optimal Allocation of Trips to a Street Network
” J. Highway Div. ASCE. 93, HW2, pp 95~113
1967
- 44) 第2章の1)に同じ
- 45) 佐佐木 綱：“道路網における輸送計画について” 第4回日
本道路会議論文集 pp 43~46 1957
- 46) Charnes A. and Cooper W.W.：“External Principles for Simulating Traffic Flow over a Network of City Streets” Proc. of the National Academy of Sciences, Vol.44 No.2 1958
- 47) 米谷 栄二，飯田 恭 敬，辻本 有一：“2次計画法による交通量配分” 土木学会論文報告集，第167号 pp 23~31
昭和44年7月
- 48) Pinnell C. and Satterly G.T.：“Analytical Methods in Transportation — Systems Analysis for Arterial Street Operation”，J. Engineering

- Mechanics Div , ASCE pp 67~95 December 1963
- 49) 松井 寛 : " 非線形な走行時間関数を用いた輸送計画的配分
" 第10回日本道路会議一般論文集 pp 15~16
昭和46年10月
- 50) 佐佐木 綱 : " 吸収マルコフ過程による交通量配分理論 " 土
木学会論文集 第121号 pp 28~32 昭和40年9月
- 51) 佐佐木 綱, 三好逸二 : " 電気回路とのアナロジーを用いた交
通量配分 " 関西OR研究報文集 第1巻別刷 pp 66~79
昭和44年
- 52) McLaughlin W. A. : " Traffic Assignment by Sys-
tems Analysis " Thesis for the degree of Ph. D
Department of Civil Engineering , Purdue Unive-
rsity , June 1965
- 53) 井上 孝, 杉恵頼寧 : " マルティパスによる交通量配分 " 土
木学会第24回年次学術講演集, 第4部 pp 213~214
昭和44年9月
- 54) Colony D. C. : " An Application of Game Theory to
Route Selection " H.R.R. № 334 pp 39~47
1970
- 55) Matsui H : " Theory of Traffic Distribution thr-
ough the Continuous -Time Absorbing Markov Pro-
cess " Bulletin of Nagoya Institute of Technolo-
gy Vol. 2 pp 317~326 1969
- 56) 第3章の1)に同じ

- 57) 井上博司：“輸送計画的配分および等時間原則による配分に関する研究”土木学会第25回年次学術講演会講演集，第4部 pp 113~114 昭和45年11月
- 58) Abraham P.C. (三谷浩訳)：“転換交通量の推定について” 道路10月号 昭和37年10月
- 59) 坂下 昇：“交通量配分の微視的理論について” 高速道路 Vol.5, No.8 昭和37年8月
- 60) Warner S.L. (佐佐木 綱，今坂一郎 共訳)：“都市交通における運輸手段の確率的選択について(A)” 四国鉄道協会都市交通研究所， 昭和43年2月
- 61) 大山 正：“精神物理学の課題と方法” 数理科学 7月号 昭和41年7月
- 62) 前掲30)に同じ
- 63) 前掲31)に同じ
- 64) 松井 寛：“確率最大化による交通量配分理論” 交通工学 Vol.6 No.5 pp 3~11 昭和46年9月
- 65) “Comparative Analysis of Traffic Assignment Techniques with Actual Highway Use” NCHRP R. No.58 H. R. B 1968
- 66) 前掲65)に同じ
- 67) 前掲13)に同じ
- 68) 前掲34)に同じ
- 69) 前掲18)に同じ
- 70) 前掲57)に同じ

- 71) Carroll C.W : "The Created Response Surface Technique for Optimizing Nonlinear Restrained Systems" Operations Res. 9, pp 169~184
1961
- 72) Fiacco A.V. and McCormick G.P. : "Nonlinear Programming—The Sequential Unconstrained Minimization Technique" Wiley, New York, 1968
- 73) Fiacco A.V : "Comment on the Paper of C.W Carroll" Operations Res 9 pp 184 1961
- 74) Fiacco A.V. and McCormick G.P. : "Computational Algorithm for the Sequential Unconstrained Minimization Technique for Nonlinear Programming" Management Sci. Vol 10, №4, pp 601
1964
- 75) 前掲 74) 同 じ
- 76) Fiacco A.V. and McCormick G.P. : "SUMT without Parameters" Northwestern University, Evanston Illinois Syst. Res. Memorandum № 121
1965
- 77) Fletcher R. and Powell M.J.D : "Rapidly Convergent Descent Method for Minimization" The Computer Journal, Vol. 6, №2, 1964
- 78) 前掲 73) 同 じ
- 79) 古瀬大六 : "数値計画法" 情報科学講座 A・3・2

共立出版 昭和46年6月

- 80) Dreyfus S. E : "An Appraisal of Some Shortest-Path Algorithms" Opns Res. 17, pp 395~412
1969
- 81) 伊理正夫 : " ネットワーク問題の理論と手法の最近の進歩 " 経営科学 第16巻第2号 pp 75~86 昭和47年3月
- 82) Dijkstra E. W : "A Note on Two Problems in Connection with Graphs" Numerische Mathematik pp 269-271 1959
- 83) Floyd R. W : "Algorithm 97-Shortest Path" Communications of the Association for Computing Machinery 5, pp 345 1962
- 84) Warshall S. : "A Theorem on Boolean Matrices" Journal of the Association for Computing Machinery 9 . pp 11~12 1962
- 85) Dantzig G. B. : "All Shortest Routes in a Graph" Opns Res. House, Stanford University Technical Report 66-3, 1966
- 86) Bock F, Kantner H. and Haynes J. : "An Algorithm (the r -th Best Path Algorithm) for Finding and Ranking Paths Through a Network" Research Report Armour Research Foundation, Chicago, Illinois, 1957
- 87) Hoffman W. and Pavley R : " A Method for the

- Solution of the Nth Best Path Problem" J.ACM
 . 6 , pp. 506~514 1959
- 88) Bellman R. and Kalaba R. : "On Kth Best Policies" J. SIAM , 8, pp 582~588 1960
- 89) 前掲 80) に同じ
- 90 Clarke S., Krikorian A. and Rausen J. : "Computing the N Best Loopless Paths in a Network" J. Soc. Indust. Appl. Math. Vol 11, No 4 1963
- 91) Pollack M.: "Solution of the Kth Best Route through a Network - A Review" J. Mathematical Analysis and Application 3, pp 547~559 1961
- 92) Bronzini M.S.: "The Effect of Left Turn Penalties on Traffic Assignment Accuracy" H.R.F No 322 pp 220~231 1970
- 93) Wood D.L. , Brudeseth J. T. and Stover V.G. : " Turn Penalty Effects on Minimum Time Paths " Proc of A.S.C.E. TE Vol 95 No 4 pp 659~666 1969
- 94) Wattleworth J. A. and Shuldiner P.W. :
 "Analytical Methods in Transportation; Left - Turn Penalties in Traffic Assignment Models" Proc. of A. S. C. E. EM Vol 6 pp 97~126

1963

- 95) 新谷 洋二，黒川 光：“電子計算機による交通量配分”
第22回土木学会年次学術講演会 第4部門 昭和42年5月
- 96) 前掲92)に同じ
- 97) 第2章の17)に同じ
- 98) Beckmann M. J. (蔵下勝行訳):“道路，トンネルおよび
橋梁の最適料金” Vehicular Traffic Science,
Proceedings of the Third International Sympos-
ium on the Theory of Traffic Flow, 1967

第 6 章 吸収マルコフ過程による配分交通量推定法^{1),2),3)}

6.1 概 説

都市における街路交通は、それを構成する車 1 台 1 台についてみると、それぞれある決まった O D を持って走行しているのであるが、これを交通流という 1 つの集合体として巨視的にながめると、車は交差点である確率に従って、つぎつぎと進路を変えながら流れており、その挙動はきわめて確率的であるようにみえる。そこで、このような車の流れを 1 つの確率過程としてとらえれば、街路網上の交通流を数学的に記述することが可能となろう。

このような考え方にもとづく新しい交通量配分理論は、京都大学の佐佐木綱教授⁴⁾によって初め研究されたものであるが、この配分モデルは、交差点における推移確率さえ与えれば、O D 交通量に関して何の情報も必要とせず、容易にリンク交通量が計算できるという点で、従来の配分モデルとは異なった特徴のあるモデルである。

ところで佐佐木論文のマルコフ連鎖による交通量配分モデルでは、状態の推移は時間的に一定で、しかも等間隔の時間をおいて起こると仮定し、また定常（極限）状態における解を求めるものであり、したがって、発生交通量が時間的に変化したり、また時々刻々に変動する街路网上的交通流を時間の関数として動的に取り扱う問題に対しては適用が困難となる。とくに交差点における信号現示の影響を考慮する場合は、交差点における推移確率自体を時間の関数として与える必要があり、この場合には、従来のモデルでは適用できない。そこで 6.2 では、このような過渡状態における交通流を時間的に記述できる配分モデルへの拡張が試みられる。これは、いくつかに区分された各街路区間ごとに、単位時間中における車の出入を考え、街路区間上の車の数の変化量を一連の微分方程式として表現するもので、その定式化にあたっては、気体分子の容積内での分布や速度分布を取り扱う気体分子論が有力な示唆を与えている。ところで、街路网上的交通流を統計力学的な立場で考察した結果は、本質的には実は交通流をマルコフ過程としてながめたものである。そこで、6.3 では直接連続吸収マルコフ過程として表現し

た場合について述べ、とくに定常状態における解の性質に触れて、この定常解が佐佐木論文によってすでに導かれた吸収マルコフ連鎖による交通量配分理論と一致することを示す。

次に 6.4 および 6.5 では、上記の交通量配分理論を用いた計算例を示す。まず 6.4 では、街路網上の交通流を時間の関数として表現するときの計算例を取り上げ、発生交通量が時間的に変化する場合、道路の容量を考慮した場合などについて、その具体的な解法が検討される。また 6.5 では定常解に注目して、その適用例として、京都市および名古屋市の都心部街路網を取り上げて、実績の交通量調査資料を用いた適用計算を行ない、実績街路区間交通量との適合性を検討する。またその他の適用例として、会場内の観客流動に応用した場合についても考察する。最後に 6.6 では、連続吸収マルコフ過程による交通量配分理論のさらに拡張された形として、セミマルコフ過程を用いて、推移に要する時間がある分布形で与えられるようなネットワーク上の交通流が取り扱われる。

6.2 道路網上の交通流の統計力学的考察

いま q 個に区分された街路区間（以下これをリンクと呼ぶ）から成る街路網を考える。さてリンク i ($i = 1, 2, \dots, q$) に注目し、このリンク上を時刻 t において v から $v + dv$ の範囲の速度で走行中の車の台数を

$$f_i(v, t)dv \quad (6-2-1)$$

で表わそう

時刻 t にリンク i 上を走行中の車の総数を $N_i(t)$ で表わせば、当然次式が成立する。

$$N_i(t) = \int_0^{\infty} f_i(v, t)dv \quad (6-2-2)$$

ここで、実際の車の速度は、最高でも有限値を取るのであるが、数学的取り扱いを容易にするため、0 から無限大の範囲を積分領域としている。

つぎに対象とする街路モデルの詳細図を図 6.2.1 に示す。すなわち街路は方向別に別のリンクとし、各リンクに接続して、1 対の交通発生源と吸収源を設ける。これは街路区間沿いから交通が発生したり、吸収したりするからである。

図 6. 2. 1 街 路 網 モ デ ル

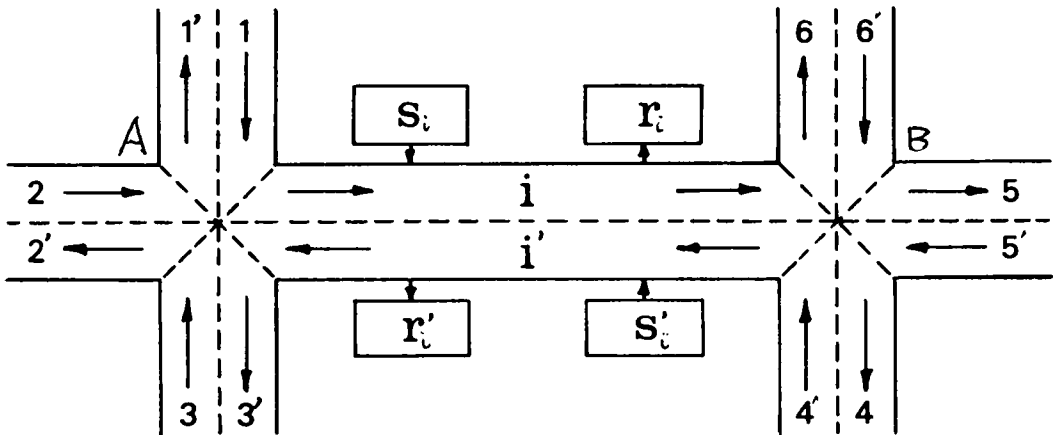


図 6. 2. 1 の例では、標準的な格子型街路網を想定して、交差点 A および B でそれぞれ 4 本のリンクが接続されているが、これは一般に何本であってもよく、また発生源、吸収源の両方あるいは一方がなくても差しつかえない。

このような街路モデルにおいて、いまリンク 1 上の車の動きを考えてみると、リンク 1 上の車は交差点 B に達するまでに、吸収源 r_i にある確率 (P_{ir} で表わす) で吸収され (トリップを終了する)、残りの車は交差点 B に達して、そこでリンク 4、5、6 にそれぞれ P_{i4} 、 P_{i5} 、 P_{i6} なる分岐確率にしたがって右折、直進あるいは左折してゆく。このとき当然 P_{ir} 、 P_{i4} 、 P_{i5} 、 P_{i6} の和は 1 となる。ここでとくに右折が禁止されている場合は $P_{i4} = 0$ と置けばよい。

一方、リンク 1、2、3 からは車が流入し、また発生源 S_i からは、新たにトリップを開始する車が発生してくる。ここでリンク 1 から逆方向のリンク 1' への車の移動も考えてよいが、これは車が U ターンすることを示しており、一般には考えなくてよい。

いま式 (6 - 2 - 1) で与えられる車がリンク 1 上に均等に分布していると仮定しよう。^{注1)} このとき、速度が (v 、 $v + dv$) の範囲にある車は、微小時間 Δt ^{注2)} に $v \Delta t$ だけ進むと考えられるから、結局 Δt 中に $v \Delta t f_1(v, t)$

注 1) : 実際には信号の影響によって車群ができて、沿道からの交通の発生・吸収があるため均等に分布しない。

注 2) : $v \Delta t$ がリンク長 (L) よりも小さくなる程度に Δt を小さくする。

dv/L_1 だけの車がつぎのリンクへ移動してゆくと考えられる。ただし L_1 はリンク 1 の区間長を表わす。したがってリンク 1 上の車の出入りに注目すれば、リンク 1、2、3 および発生源 S_1 から、 Δt 中に $\sum_k P_{ki} v \Delta t f_k(V, t) dv/L_k + v \Delta t f_s(v, t) dv/L_s$ ^{注3)} ($k = 1, 2, 3$) だけの車が流入し、一方 $v \Delta t f_1(v, t) dv/L_1$ の車が、交差点 B を経てリンク 4、5、6 へあるいは吸収源 r_1 へ流出してゆく。よって Δt 時間後のリンク 1 上の車の増減は次式で与えられることになる。

$$\begin{aligned} f_i(vt + \Delta t)dv - f_i(vt)dv \\ = \sum_{k=1,2,3} P_{ki} \frac{v \Delta t}{L_k} f_k(vt)dv - \frac{v \Delta t}{L_1} f_1(vt)dv + \frac{v \Delta t}{L_s} f_s(vt)dv \end{aligned} \quad (6.2.3)$$

両辺を Δt で除し、 $\Delta t \rightarrow 0$ とすると、

$$\frac{d}{dt} f_i(vt)dv = \sum_{k=1,2,3} \frac{P_{ki}}{L_k} v f_k(vt)dv - \frac{1}{L_1} v f_1(vt)dv + \frac{1}{L_s} v f_s(vt)dv \quad (6.2.4)$$

両辺を速度 v で積分すれば

$$-\frac{d}{dt} \int f_i(vt)dv = \sum_{k=1,2,3} \frac{P_{ki}}{L_k} \int v f_k(vt)dv - \frac{1}{L_1} \int v f_1(vt)dv + \frac{1}{L_s} \int v f_s(vt)dv \quad (6.2.5)$$

となる。

式 (6.2.2.) より、上式の左辺は $dN_i^*(t)/dt$ に等しい。またリンク i の交通密度を $N_i(t)$ と置けば、

$$N_i^*(t) = L_i N_i(t) \quad (6.2.6)$$

であるから、式 (6.2.5) の左辺は $L_i dN_i(t)/dt$ とも書ける。一方右辺の

注 3) : 発生源、吸収源も理論上リンクと同等に扱っている。発生源の L_s 、 $f_s(v, t)$ などは仮想的なものである。

$\int v f_k(v, t) dv / L_k, \int v f_1(v, t) dv / L_1, \int v f_s(v, t) dv / L_s$
 は、それぞれリンク $k, 1$ および発生源 s の交通量を表わしているから、これ
 らをそれぞれ $Q_k(t), Q_1(t), Q_s(t)$ と置き換えれば、式 (6.2.5) は結局

$$\frac{dN_i(t)}{dt} = \sum_{s=1,2,\dots} \frac{P_{si}}{L_i} Q_s(t) - \frac{1}{L_i} Q_i(t) + \frac{1}{L_i} Q_i(t) \quad (6.2.7)$$

となる。

あるいは、時刻 t におけるリンク 1 上の車の空間平均速度を $V_1(t)$ 、交通密度
 を $N_1(t)$ とすれば交通量 $Q_1(t)$ との間に、

$$Q_i(t) = V_i(t) N_i(t) \quad (6.2.8)$$

の関係が成立するから、式 (6.2.7) はまた

$$\frac{dN_i(t)}{dt} = \sum_{s=1,2,\dots} \frac{P_{si}}{L_i} V_s(t) N_s(t) - \frac{1}{L_i} V_i(t) N_i(t) + \frac{1}{L_i} Q_i(t) \quad (6.2.9)$$

とも書ける。

なお、以上の議論では交差点における信号現示の影響は考慮されていない。し
 たがって推移確率 P_{k1} は時間 t に無関係で一定と仮定している。よって以上の議
 論は信号のサイクルよりかなり長い時間にわたっての交通量分布を扱っている
 ものと考えるべきである。

(1) 交通密度が比較的小さい交通流

各リンクの交通密度が比較的小さい、すいた状態では、交通流の平均速度は
 交通密度に関係なく、ほぼ一定と考えて差しつかえないから、このとき

$V_k(t) = V_k, V_1(t) = V_1$ と置けば、式 (6.2.9) は、

$$\frac{dN_i(t)}{dt} = \sum_{s=1,2,\dots} \frac{P_{si}}{L_i} V_s N_s(t) - \frac{1}{L_i} V_i N_i(t) + \frac{1}{L_i} Q_i(t) \quad (6.2.10)$$

となる。

上式は交通密度 $N_1(t)$ ($i=1, 2, \dots, q$) に関して、線形な連立微分方程式であ
 る。したがって、各発生源からの発生交通量 $Q_s(t)$ ($s=S_1, S_2, \dots, S_k$) を与

えれば、連立微分方程式の解として、各リンク上の交通密度が求まり、これにリンクの平均速度を乗ずればリンクの交通量が計算できる。また定常状態における解は、 $dN_i(t)/dt = 0$ ($i = 1, 2, \dots, k$) と置いた連立方程式から求められる。

式 (6.2.10) において、 $\frac{P_{ki}}{L_i} V_k = A_{ki}^*$, $-\frac{1}{L_i} V_i = A_{ii}^*$ とおいてベクトル表示すれば、

$$\frac{dN(t)}{dt} = AN(t) + Q^*(t) \quad (6.2.11)$$

ただし $N(t) : N_i(t)$ ($i = 1, 2, 3, \dots, k$) を成分とする $k \times 1$ 行列

$A : A_{ij}^*$ ($i, j = 1, 2, \dots, k$) を成分とする $k \times k$ 行列

$Q^*(t) : \frac{1}{L_i} Q_i(t)$ を成分とする $k \times 1$ 行列

式 (6.2.11) をラプラス変換すれば

$$sn(s) - n(0) = An(s) + Q^*(s) \quad (6.2.12)$$

$$n(s) = n(0)(sI - A)^{-1} + Q^*(s)(sI - A)^{-1}$$

したがって、リンク間の推移確率を与える行列 A と初期状態を示す $n(0)$ および発生交通量 $Q_i(t)$ が与えられれば、 $n(t)$ が計算でき、これを逆変換することにより、各リンクの配分交通量 $N(t) \{N_1(t), N_2(t), \dots, N_k(t)\}$ が求まる。

定常状態では $\lim_{t \rightarrow \infty} N(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sn(s)$

$$\lim_{s \rightarrow 0} sn(s) = \lim_{s \rightarrow 0} n(0)s(sI - A)^{-1} + \lim_{s \rightarrow 0} Q^*(s)s(sI - A)^{-1} = (-A)^{-1} \lim_{s \rightarrow 0} sQ^*(s) \quad (6.2.13)$$

となり、初期状態とは無関係に決まることがわかる。

(2) 交通密度が比較的大きい交通流

交通密度が大きくなって混雑してくると、自由走行が困難となり、交通流は強制流に近づいてくる。このような状態では車の速度を一定と仮定することは無理である。そこで、交通流の平均速度と交通密度の関係をたとえば、

$$V_i(t) = \alpha_i - \beta_i N_i(t) \quad \dots\dots\dots (6.2.14)$$

と仮定する。ここに α_i 、 β_i はリンク 1 ($i=1, 2, \dots, k$) の街路条件によって決まる定数である。

このとき式 (6.2.9) は

$$\frac{dN_i(t)}{dt} = \sum_{j=1,2,\dots} \frac{P_{ji}}{L_i} N_j(t) \left\{ \alpha_i - \beta_i N_i(t) \right\} - \frac{1}{L_i} N_i(t) \left\{ \alpha_i - \beta_i N_i(t) \right\} + \frac{1}{L_i} Q_i(t) \quad (6.2.15)$$

となる。

よって式 (6.2.15) を各リンクごとにたて、与えられた初期条件のもとで、これらを連立させて解けば、自由走行の状態から交通マヒの状態に至るまでの交通流を理論的に表わすことができる。むろん、平均速度と交通密度の関係式は、式 (6.2.14) のような線形に限定する必要はなく、一般にどのような関数形であっても同様に解くことが可能である。しかしながらいずれにしても式 (6.2.15) は $N_i(t)$ に関して非線形微分方程式となるので、求解は一般に数値解析的に解かねばならないであろう。

(3) 簡 便 法

交通流の平均速度と交通密度の関係を式 (6.2.14) のような線形で仮定した場合、交通量 - 密度曲線は、図 - 6.2.2 に示すように放物線となるが、いま交通量 - 密度曲線を図 - 6.2.3 に示すような三角形と仮定すれば、計算の容易な実用的モデルに直すことができる。

すなわち

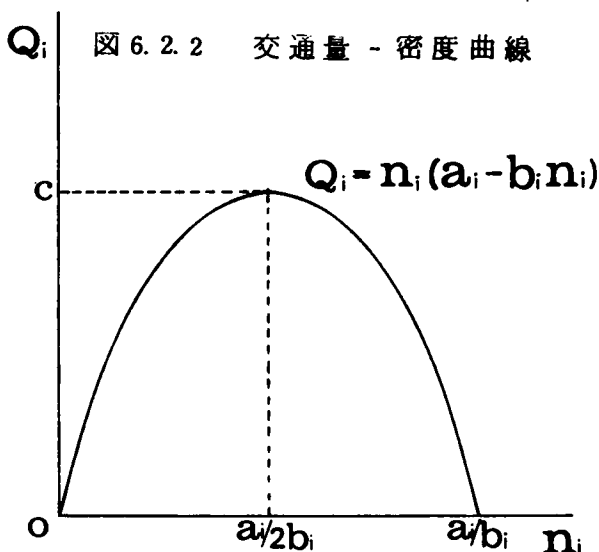
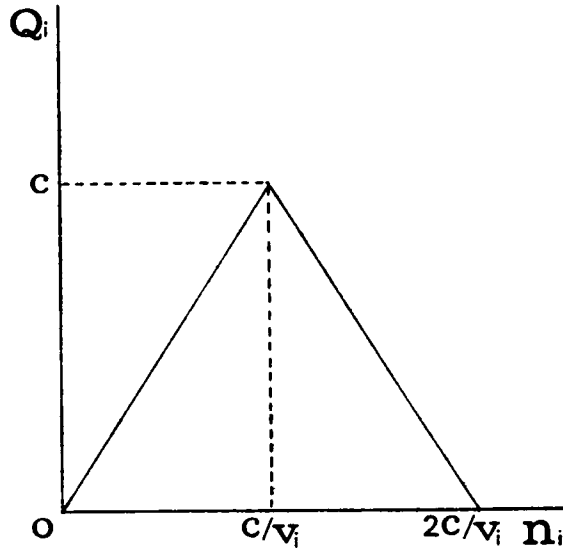


図 6. 2. 3 簡便法で用いる交通量 - 密度曲線



$$\left. \begin{aligned} 0 \leq N_1(t) \leq C_1 / V_1 \text{ のとき } Q_1(t) &= V_1 N_1(t) \\ C_1 / V_1 < N_1(t) \leq 2 C_1 / V_1 \text{ のとき } Q_1(t) &= 2 C_1 - V_1 N_1(t) \end{aligned} \right\} (6.2.16)$$

と仮定すれば、速度 $V_1(t)$ は

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq N_1(t) \leq C_1 / V_1 \text{ のとき } V_1(t) &= V_1 \\ C_1 / V_1 < N_1(t) \leq 2 C_1 / V_1 \text{ のとき } V_1(t) &= 2 C_1 / N_1(t) - V_1 \end{aligned} \right\} (6.2.17)$$

となり、このとき式 (6.2.7) は

$$\left. \begin{aligned} \frac{dQ_1(t)}{dt} &= \sum_{k=1,2,3} \frac{P_{k1} V_1}{L_1} Q_k(t) - \frac{V_1}{L_1} Q_1(t) + \frac{V_1}{L_1} Q_s(t) \\ &\quad 0 \leq N_1(t) \leq C_1 / V_1 \\ -\frac{dQ_1(t)}{dt} &= \sum_{k=1,2,3} \frac{P_{k1} V_1}{L_1} Q_k(t) - \frac{V_1}{L_1} Q_1(t) + \frac{V_1}{L_1} Q_s(t) \\ &\quad C_1 / V_1 < N_1(t) \leq 2 C_1 / V_1 \end{aligned} \right\} (6.2.18)$$

となり、交通量に関して線形微分方程式に変換されるから、求解は比較的容易となる。街路網の交通流のマクロな解析には、この簡便法で十分実用的であろう。

6.3 連続吸収マルコフ過程としての定式化

道路網上の交通流に関する前項の議論は、時間的に連続な吸収マルコフ過程を

直接用いることによっても、同様に導き出せることをつぎに示そう。

マルコフ連鎖では、状態の推移は等間隔の時間をおいて起るが、これに対して状態の推移が連続的に起るマルコフ過程⁵⁾を考える。

時刻 t で状態 i にあり、時刻 $t + \Delta t$ で状態 j に推移する確率を $P_{ij}(t + \Delta t | t)$ で表わす。このとき

$$A_{ij}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P_{ij}(t + \Delta t | t) - P_{ij}(t | t)}{\Delta t} \quad \dots\dots\dots (6.3.1)$$

を定義する。推移確率は $\sum_j P_{ij}(t | t) = 1$ を満たすので、

$$A_{ij}(t) \geq 0 \quad (i \neq j) \quad \sum_j A_{ij}(t) = 0 \quad \dots\dots\dots (6.3.2)$$

となる。このように定義された $A_{ij}(t)$ を推移確率速度と呼ぶ。時刻 t で状態 i にある確率を $P_i(t)$ で表わせば

$$\frac{d}{dt} P_i(t) = \sum_j A_{ji}(t) P_j(t) \quad \dots\dots\dots (6.3.3)$$

が成立する。

とくに推移確率速度が時刻 t によらないとき、これを A_{ij} で表わし、 A_{ij} ($i, j = 1, 2, \dots, n$) を要素とする行列を微分行列と呼ぶ。この行列は式 (6.3.2) からわかるように、行和が 0 となる正方行列である。

マルコフ連鎖の場合と同様に、マルコフ過程が少なくとも 1 つの吸収状態を含み、他のどの状態からもしつかはその吸収状態に移ることができるならば、この過程を吸収マルコフ過程と呼ぶ。

連続吸収マルコフ過程による交通流の解析にあたり、さきに用いた図 6.2.1 に示す街路モデルを再び用いることにする。

時刻 t におけるリンク i 上の車の台数を $N_i^*(t)$ で表わすことにすれば、微小時間 Δt 後の変化は次式によって与えられる。

$$\begin{aligned} N_i^*(t + \Delta t) - N_i^*(t) \\ = \sum_{k=1,2,3} P_{ki}(t + \Delta t | t) N_k^*(t) - \sum_{k=4,5,6,7} P_{ik}(t + \Delta t | t) N_i^*(t) + P_{ii}(t + \Delta t | t) N_i^*(t) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (6.3.4)$$

ここに右辺第1項は、 Δt 時間中にリンク1、2、3からリンク1に流入した車の増加分を示し、 $P_{k1}(t+\Delta t|t)$ ($k=1,2,3$) は、時刻 t でリンク1、2、3 にあって、時刻 $t+\Delta t$ にリンク1に推移した確率である。同様に第2項は、 Δt 時間中にリンク1からリンク4、5、6 および吸収源 S_1 に流出した車の減少分を示している。第3項は発生源 S_1 からの流入分を示す。

$P_{1j}(t|t) = 0$ ($1 \neq j$) が成立するから、

$$\begin{aligned} N_i^*(t+\Delta t) - N_i^*(t) = & \sum_{k=1,2,3} \{P_{ki}(t+\Delta t/t) - P_{ki}(t/t)\} N_k^*(t) \\ & - \sum_{k=4,5,6,r} \{P_{ik}(t+\Delta t/t) - P_{ik}(t/t)\} N_i^*(t) \\ & + \{P_{s1}(t+\Delta t/t) - P_{s1}(t/t)\} N_{s1}^*(t) \end{aligned} \quad (6.3.5)$$

が成り立ち、さらに式(6.3.5)の両辺を Δt で除し、 $\Delta t \rightarrow 0$ とすれば、結局

$$\frac{dN_i^*(t)}{dt} = \sum_{k=1,2,3} A_{ki}(t) N_k^*(t) - \sum_{k=4,5,6,r} A_{ik}(t) N_i^*(t) + A_{s1}(t) N_{s1}^*(t) \quad (6.3.6)$$

ここで、 $A_{k1}(t)$ 、 $A_{1k}(t)$ 、 $A_{s1}(t)$ は、それぞれ式(6.3.1)で定義された推移確率速度である。また、

$\sum_{k=4,5,6,j,r} A_{1k}(t) = 0$ から $\sum_{k=4,5,6,r} A_{1k}(t) = -A_{11}(t)$ と書けることを利用すれば、式(6.

2.2.4) はさらに

$$\frac{dN_i^*(t)}{dt} = \sum_{k=1,2,3,i} A_{ki}(t) N_k^*(t) + A_{s1}(t) N_{s1}^*(t) \quad \dots\dots\dots (6.3.7)$$

と書き直せる。

リンク1の交通密度を $N_1(t)$ 、リンク長を L_1 とすれば、式(6.2.6)が成立するから、式(6.3.7)は交通密度 $N_1(t)$ によって表わせば

$$\frac{dN_i(t)}{dt} = \sum_{k=1,2,3,i} A_{ki}(t) \frac{L_k}{L_i} N_k(t) + A_{s1}(t) \frac{L_s}{L_i} N_{s1}(t) \quad \dots\dots\dots (6.3.8)$$

となる。ただし発生源 S_1 の L_s や $N_{s1}(t)$ は仮想的な値である。

式(6.3.8)はさきの式(6.2.9)に対応する式で、したがって、推移確率

速度 $A_{k1}(t)$ は一般に、

$$A_{k1}(t) = \frac{P_{k1}}{L_k} V_k(t) \quad \dots\dots\dots (6.3.9)$$

で表わせることが明らかとなった。

連続吸収マルコフ過程の性質を利用して、定常状態において発生源を出発した車がある吸収源に吸収される確率や、それまでに要した時間などを知ることができる。

吸収マルコフ連鎖の場合と同様に、 r 個の吸収源と発生源、 $(s - r)$ 個の過渡状態（具体的にはリンク上を意味する）を考え、行および列をこの順に並べた行列を標準型の微分行列と呼ぶ。この行列の行和は 0 である。

$$A = \begin{array}{c} \left. \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ R & Q \end{array} \right\} \begin{array}{l} r \\ r \\ s-r \end{array} \quad \dots\dots\dots (6.3.10) \\ \left. \begin{array}{cc} r & r \end{array} \right\} s-r \end{array}$$

連続吸収マルコフ過程の性質として、式 (6.3.10) の部分行列 Q の各要素の符号を換え、その逆行列を取ったもの、すなわち

$$(-Q)^{-1} \quad \dots\dots\dots (6.3.11)$$

の ij 要素は、状態 i を出発または通過した車が状態 j を通過するまでに要する時間の期待値を表わしている。さらに行列 R は非吸収的な状態から吸収的な状態への単位時間当りの推移確率を与えるから、 $(-Q)^{-1}$ に行列 R を乗ずれば

$$(-Q)^{-1}R \quad \dots\dots\dots (6.3.12)$$

の各要素はある非吸収状態からある吸収状態に吸収される確率を与える。

つぎに、非吸収的な状態相互間の推移を与える小行列 Q を発生源と過渡状態によって次のように分ける。

$$Q = \left\{ \begin{array}{c|c} Q_1 & Q_2 \\ \hline 0 & Q_3 \end{array} \right\} \begin{array}{l} r \\ s-r \end{array} \quad (6.3.13)$$

r s-r

ただし過渡状態から発生源への推移はないので、その部分は0としてある。一方Rについては、

$$R = \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ \hline R_1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} r \\ s-r \end{array} \quad (6.3.14)$$

r

と書き直さす。ただしこの場合も発生源から直接吸収源に推移することは考えていないのでこの部分は0とした。したがって、各発生源からの発生交通量を行ベクトルUで与えれば、各リンクの交通量Xは

$$X = U Q_1^{-1} Q_2 Q_3^{-1} \quad (6.3.15)$$

で与えられる。また発生源から吸収源へのOD間の推移確率行列をP₀とおけば

$$P_0 = Q_1^{-1} Q_2 Q_3^{-1} R_1 \quad (6.3.16)$$

となり、さらに各吸収源への吸収交通量をVとすれば

$$V = U Q_1^{-1} Q_2 Q_3^{-1} R_1 \quad (6.3.17)$$

で与えられる。

実際の街路に適用するにあたっては、各交差点での右左折率と直進率の観測資料に基づいてQ₃を決定し、また各発生源から各道路区間への交通の流れを観測することによってQ₁、Q₂、R₁を決定すれば、式(6.3.15)によって道路網上の交通流が記述できることになる。

以上のように、吸収マルコフ過程を用いた交通量配分は、発生交通量を推移確率によって配分していく方法であるから、OD交通量についての知識はまったく不要である。そのかわり、配分された各リンクの交通量のOD別構成は不明で、各OD交通量が道路網にどのように配分されているかは明らかでない。

この配分理論のもう 1 つの特徴は、1 つの O D 交通に対して最短経路はもちろんのこと、最長経路にまでも交通量が配分されることである。もちろん経路が長くなるだけその配分率は小さくなっている。

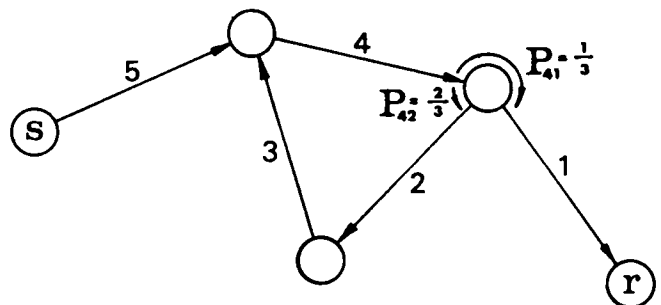
この配分理論を将来の交通量の予測に適用する場合、将来の推移確率をあらかじめ推定しなければならない。しかしながら将来の推移確率を推定することは実際にはきわめて困難である。したがって、推移確率がほぼ不変とみなしてよいような短期的な予測には適用できても、長期にわたる予測に対しては、その適用はきわめて困難となることが予想される。

6.4 計 算 例

計算例として、佐佐木の論文⁶⁾の中で取り上げられた道路網を、ここでも取り上げることにする。この道路網は図 - 6.4.1 に示すように、1 つの交通発生源 s と 1 つの吸収源 r 、および 5

図 6.4.1 対 象 道 路 網

本のリンク（道路区間）より成り、交通流は矢印の方向に流れるとする。とくにリンク 4 から交通流はリンク 1 と 2 へ分岐しており、このときの分岐確率は、リンク 4 から 1 へは $P_{41} = 1/3$ 、リンク 4 から 2 へは



$P_{42} = 2/3$ と与える。各リンクの道路条件は全く同じで、またリンク長もすべて等しくその長さを l で表わす。

(1) 交通密度が比較的小さい交通流の場合

交通流が比較的小さい状態では、交通流の平均速度は交通密度に関係なく一定と考えて差しつかえない。そこで各リンク上の走行速度をすべて等しいとして、これを V で表わす。よって時刻 t におけるリンク 1 の交通密度を $N_1(t)$

($i = 1, 2, \dots, 5$) で表わせば、リンク 1 の交通量 $Q_1(t)$ は

$$Q_1(t) = V N_1(t)$$

$$1 = 1, 2, \dots, 5$$

$$(6.4.1)$$

となり、いま発生源から一定の交通量 Q が発生するとすれば、式 (6.2.10) で与えられた基本式は、この問題に対しては次のような連立の線形微分方程式となる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{dQ_1(t)}{dt} &= \frac{1}{3}aQ_4(t) - aQ_1(t) \\ \frac{dQ_2(t)}{dt} &= \frac{2}{3}aQ_4(t) - aQ_2(t) \\ \frac{dQ_3(t)}{dt} &= aQ_2(t) - aQ_3(t) \\ \frac{dQ_4(t)}{dt} &= aQ_5(t) + aQ_3(t) - aQ_4(t) \\ \frac{dQ_5(t)}{dt} &= aQ - aQ_5(t) \end{aligned} \right\} \quad (6.4.2)$$

ただし、ここで $V/\ell = a$ とおいている。

初期条件として時刻 $t = 0$ における交通量を各リンク上で 0 とすれば、式 (6.

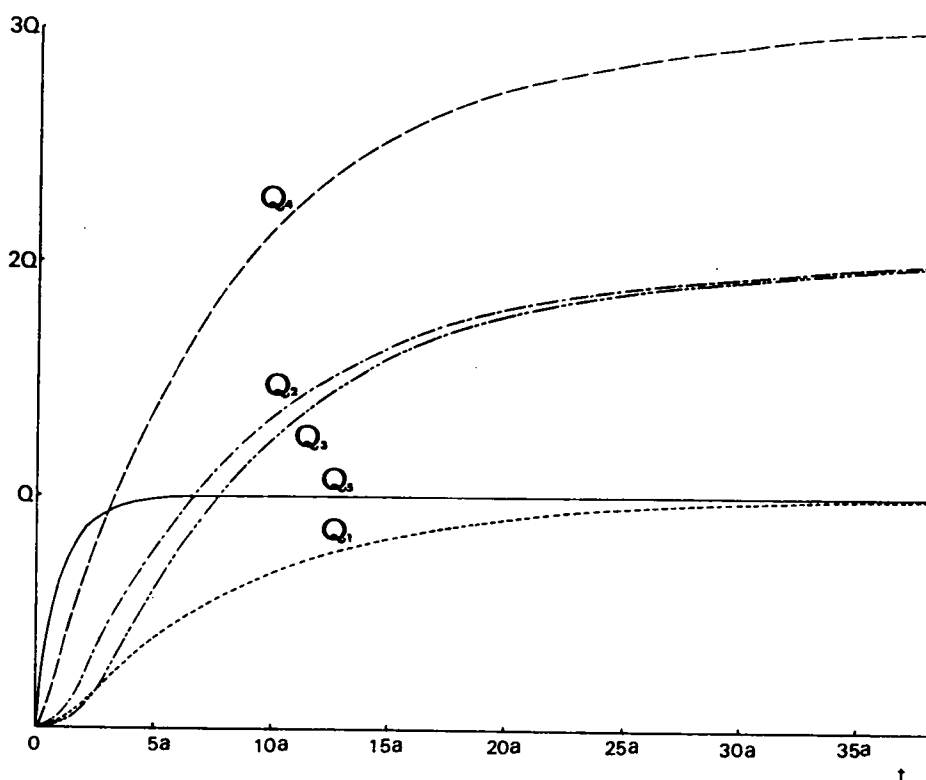
4.2) の解は陽の形で解け、次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} Q_1(t) &= \left\{ 1 - \frac{1-r}{6r} e^{-ar} + \frac{1-7r}{6r} e^{\frac{a(r-3)}{2}}, \cos \frac{\sqrt{3}}{2} a(1-r)t \right. \\ &\quad \left. + \frac{\sqrt{3}}{2} r(1-r) e^{\frac{a(r-3)}{2}}, \sin \frac{\sqrt{3}}{2} a(1-r)t \right\} Q \\ Q_2(t) &= \left\{ 2 - \frac{1-r}{3r} e^{-ar} + \sqrt{3} r(1-r) e^{\frac{a(r-3)}{2}}, \sin \frac{\sqrt{3}}{2} a(1-r)t \right. \\ &\quad \left. + \frac{1-3r}{3r} e^{\frac{a(r-3)}{2}}, \cos \frac{\sqrt{3}}{2} a(1-r)t \right\} Q \\ Q_3(t) &= \left\{ 2 + e^{-ar} - \frac{1}{3r} e^{ar} + \sqrt{3} r(1-r) e^{\frac{a(r-3)}{2}}, \sin \frac{\sqrt{3}}{2} a(1-r)t \right. \\ &\quad \left. + r(r-3) e^{\frac{a(r-3)}{2}}, \cos \frac{\sqrt{3}}{2} a(1-r)t \right\} Q \\ Q_4(t) &= \left\{ 3 - \frac{(1-r)^2}{2r} e^{-ar} - \frac{\sqrt{3}}{2} (1-r)(1-3r) e^{\frac{a(r-3)}{2}}, \sin \frac{\sqrt{3}}{2} a(1-r)t \right. \\ &\quad \left. - r t + \frac{3}{2} r^2 (1-r)^2 e^{\frac{a(r-3)}{2}}, \cos \frac{\sqrt{3}}{2} a(1-r)t \right\} Q \\ Q_5(t) &= (1 - e^{-at}) Q \end{aligned} \right\} \quad (6.4.3)$$

ただし上式において、 $r=a\left(1-\sqrt[3]{\frac{2}{3}}\right)$ とおいている。

上式を図示すると図 - 6. 4. 2 のとおりである。

図 - 6. 4. 2 リンク交通量の変動



式 (6. 4. 3) をみると、解の中に三角関数の項が含まれているが、これは対象道路路網に 1つのループが含まれているためである。しかし、図 - 6. 4. 2 にみるかぎりほとんどその振動の影響はみられないようである。

一方定常状態においては、式 (6. 4. 3) あるいは図 - 6. 4. 2 から明らかなように

$$\lim_{t \rightarrow \infty} Q_1(t) = Q \quad \lim_{t \rightarrow \infty} Q_2(t) = 2Q \quad \lim_{t \rightarrow \infty} Q_3(t) = 2Q$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} Q_4(t) = 3Q \quad \lim_{t \rightarrow \infty} Q_5(t) = Q \quad (6.4.4)$$

となり、結局発生源から単位時間に一定の交通量 Q が発生したとき、定常状態においては、リンク 1 および 5 に Q 、リンク 2 および 3 に $2Q$ 、リンク 4 に $3Q$ のリンク交通量が現われることになり、これは佐佐木が吸収マルコフ連鎖を用いて求めた定常解と一致している。

次に、図 - 6.4.1 で与えられた道路網上の交通流を、リンク間の推移として標準化された微分行列で表わすと、

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} r & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & S \end{matrix} \\ \begin{matrix} r \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ S \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a & -a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -a & a & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3}a & \frac{2}{3}a & 0 & -a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a & -a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a & -a \end{pmatrix} \end{matrix} \quad (6.4.5)$$

となる。当然のことながら吸収源からの車の推移は存在しないから、上の行列の第 1 行の各成分はすべて 0 である。

行列 A のうち、非吸収状態相互間の推移を示す行列 Q は

$$Q = \begin{pmatrix} -a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -a & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a & a & 0 & 0 \\ \frac{1}{3}a & \frac{2}{3}a & 0 & -a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & -a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a & -a \end{pmatrix} \quad (6.4.6)$$

であり、よって $(-Q)^{-1}$ は

$$(-Q)^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{a} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{a} & \frac{3}{a} & \frac{3}{a} & \frac{3}{a} & 0 & 0 \\ \frac{1}{a} & \frac{2}{a} & \frac{3}{a} & \frac{3}{a} & 0 & 0 \\ \frac{1}{a} & \frac{2}{a} & \frac{2}{a} & \frac{3}{a} & 0 & 0 \\ \frac{1}{a} & \frac{2}{a} & \frac{2}{a} & \frac{3}{a} & \frac{1}{a} & 0 \\ \frac{1}{a} & \frac{2}{a} & \frac{2}{a} & \frac{3}{a} & \frac{1}{a} & \frac{1}{a} \end{pmatrix} \quad (6.4.7)$$

となる。

すでに明らかにしたように、行列 (6.4.7) の i, j 要素は、リンク i を出発または通過した車が、まわりまわってリンク j を通るに費す平均時間を与える。よっていま発生源 r の行に注目すれば、 r を出発した車は、リンク 5 で $1/8$ 、リンク 4 で $3/8$ 、リンク 3 および 2 でそれぞれ $2/8$ 、リンク 1 で $1/8$ だけの時間を費すわけである。

次に行列 (6.4.7) の i, j 要素を、リンク i を通過するに要する時間でわればリンク i を出発または通過した車がまわりまわってリンク j を通過する回数を表わすことになり、この計算例においては、リンク走行所要時間は各リンク共通に $\ell/v = 1/8$ であるから、行列 (6.4.7) の各要素をそれぞれ $1/8$ でわれば

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (6.4.8)$$

となり、結局発生源 s を出発した車は、まわりまわってリンク 1 を 1 回、リンク 2 と 3 を 2 回、リンク 4 を 3 回、リンク 5 を 1 回通過する。よっていま発生源 s から Q なる交通が発生すれば、

$$(0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ Q) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \\ = (Q, \ 2Q, \ 2Q, \ 3Q, \ Q, \ Q) \quad (6.4.9)$$

となり、これは先に求めた定常解 (6.4.4) と一致する。

連続吸収マルコフ過程を用いた交通量配分手法の 1 つの利点は、発生交通量が時間関数として与えられる場合にも適用できることである。たとえば先の計算例において、 s からの発生交通量が

$$(1 - \sin \frac{1}{2} t) Q$$

(6.4.10)

で与えられる場合について考えてみよう。このときの基本式は式(6.4.2)に代わって

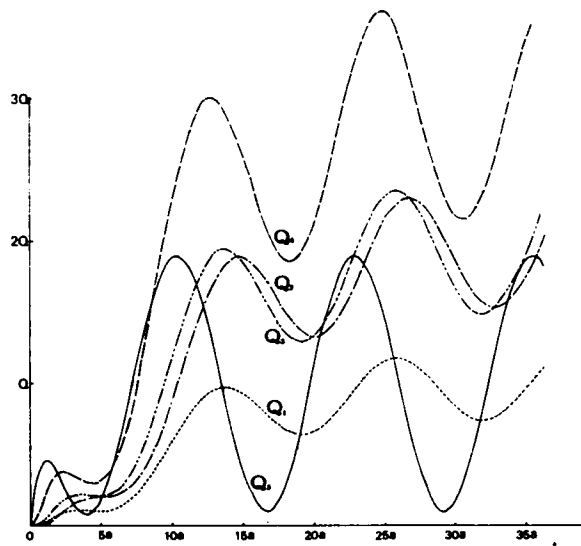
$$\left. \begin{aligned} \frac{dQ_1(t)}{dt} &= \frac{1}{3} a Q_4(t) - a Q_1(t) \\ \frac{dQ_2(t)}{dt} &= \frac{2}{3} a Q_4(t) - a Q_2(t) \\ \frac{dQ_3(t)}{dt} &= a Q_2(t) - a Q_3(t) \\ \frac{dQ_4(t)}{dt} &= a Q_5(t) + a Q_3(t) - a Q_4(t) \\ \frac{dQ_5(t)}{dt} &= a (1 - \sin \frac{1}{2} t) Q - a Q_5(t) \end{aligned} \right\} \quad (6.4.11)$$

となる。

式(6.4.11)で与えられた連立微分方程式の場合は、先の式(6.4.2)の場合と違って、解を陽の形で求めることができず、数値解析法によって解かざるを得ない。一般に、常微分方程式の数値解法としていくつかの解法が知られているが、この計算例ではRunge-Kutta-Gill法を採用した。

計算の結果は図-6.4.3に示すとおりである。

図-6.4.3 リンク交通量の変動



(2) 交通密度が比較的大きい交通流の場合

交通流の密度が高く、比較的混雑した状態では、交通流の平均速度はもはや一定と考えることはできず、交通密度の増大とともに速度は次第に低下するものとするべきである。交通密度の増加による速度の低下の影響は、速度-密度関数を導入することによって考慮できるが、このとき得られる微分方程式は一般には非線形となる。

たとえば、図-6.4.1で与えられた道路網の各リンク上の速度-密度関数をすべて等しく線形

$$V(t) = a - b N(t) \quad (6.4.12)$$

に仮定すれば、この計算例の場合の基本式は、

$$\left. \begin{aligned} \frac{dN_1(t)}{dt} &= \frac{1}{3} N_4(t) \{ a - b N_4(t) \} - N_1(t) \{ a - b N_1(t) \} \\ \frac{dN_2(t)}{dt} &= \frac{2}{3} N_4(t) \{ a - b N_4(t) \} - N_2(t) \{ a - b N_2(t) \} \\ \frac{dN_3(t)}{dt} &= N_2(t) \{ a - b N_2(t) \} - N_3(t) \{ a - b N_3(t) \} \\ \frac{dN_4(t)}{dt} &= N_5(t) \{ a - b N_5(t) \} + N_3(t) \{ a - b N_3(t) \} \\ &\quad - N_4(t) \{ a - b N_4(t) \} \\ \frac{dN_5(t)}{dt} &= Q - N_5(t) \{ a - b N_5(t) \} \end{aligned} \right\} \quad (6.4.13)$$

となる。ただし上式では発生源から Q なる一定の交通量が発生した場合を考えている。また $V/l = 1$ とおいた。

いま $a = 5.6$ 、 $b = 2.8$ としたときの交通密度 $N_1(t)$ と交通量 $Q_1(t)$ を求めてみると、それぞれ図-6.4.4、図-6.4.5に示すような解を得た。すなわち $t = t_c$ のときリンク5において、交通量が容量に達し、以後は急激に交通密度が増加して、交通渋滞に至るまでの状況が、時間関数としてうまく表現されている。

図 - 6. 4. 4. リンク交通量および密度の変動

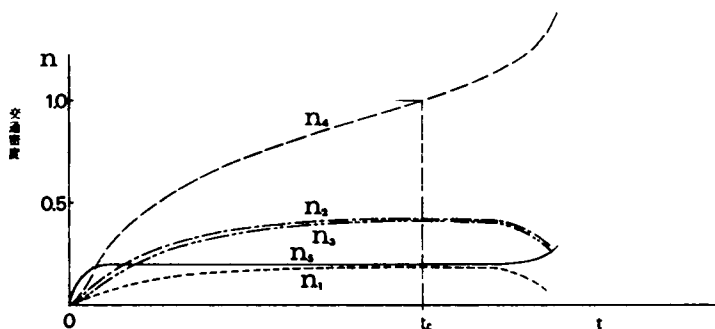
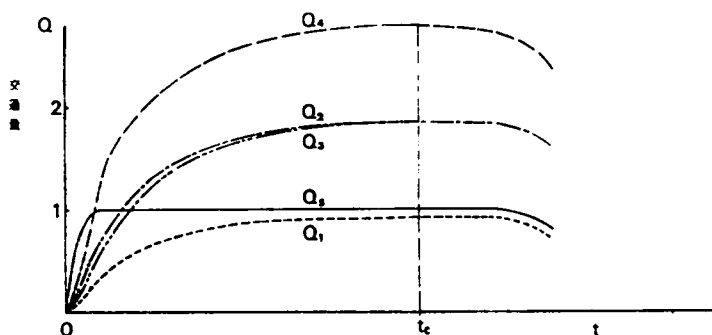


図 - 6. 4. 5



6.5 定常解としての適用例

すでに明らかにしたように、連続吸収マルコフ過程を用いた交通量配分理論は街路の区間交通量を時間の関数として連続的に表わすことができる特徴をもっているが、一方実際にこの配分理論を適用する場合には、定常解を問題にすることも多い。そこで本節では、この配分理論の定常解としての適用計算を行ない、この配分理論の適合性について検討してみることにした。なおすでに明らかなように、連続吸収マルコフ過程を用いた交通量配分は、発生交通量を一定値として与える限りにおいて、その定常解は吸収マルコフ連鎖を用いた場合に完全に一致する。

(1) 街路網上の交通量分布⁷⁾

京都市都心部街路網を適用例として取り上げ、各街路区間の交通量を計算してみる。データとして発生交通量と交差点における右左折、直進率を与える必要があるが、これらは京都府警察本部が昭和40年に実施した京都市内主要交

差点交通量調査結果を利用した。

対象地域は、東は河原町通、西は堀川通、北は丸太町通、南は五条通に囲まれた京都市の都心部で、この地域内の主要交差点における方向別1時間交通量および直進率と右左折率は調査によって与えられている。

この街路ネットワークにおける発生源、吸収源については、実際には隣接2交差点間での車の出入りが考えられるが、それらについては調査資料がないため、一応隣接2交差点間での車の出入りはないものと仮定し、図 6.5.1 に示す

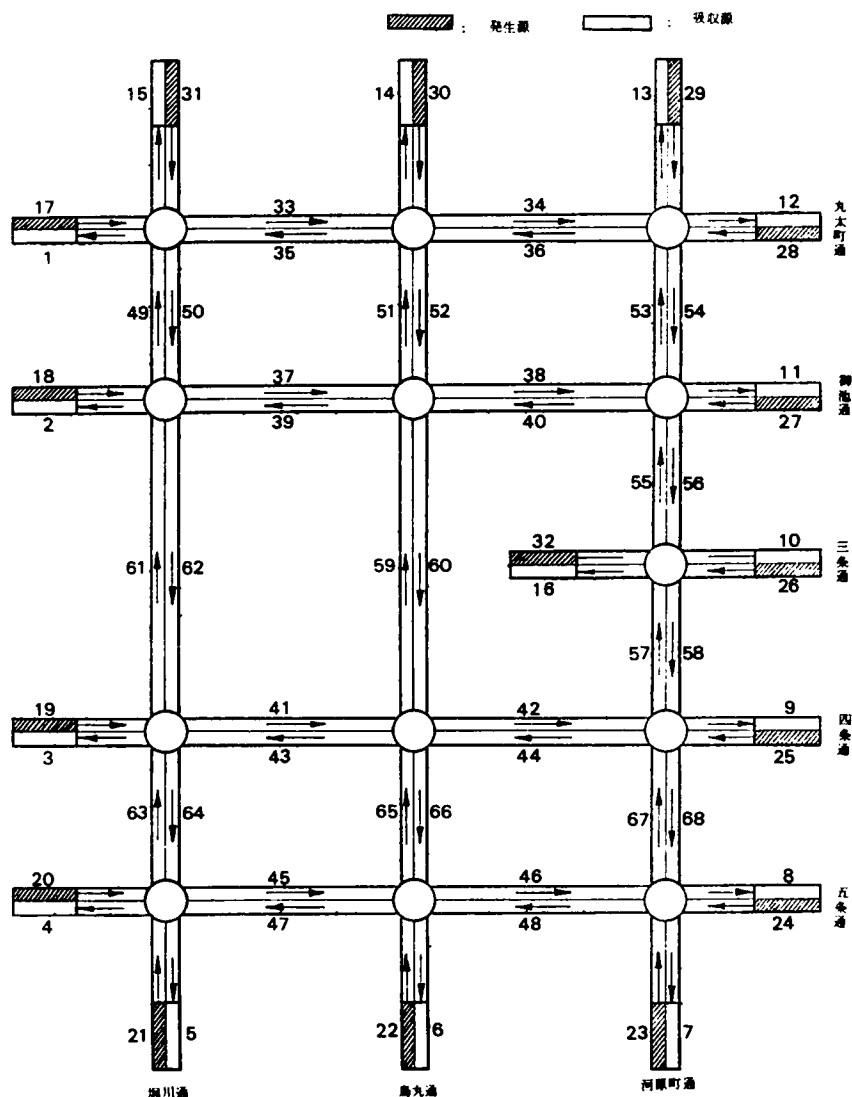


図 - 6.5.1 京都市都心部街路網モデル

ような街路網モデルを考えることにする。すなわち街路網の末端部 16ヶ所のみ 1 対の発生源と吸収源を設け、発生源から単位時間に一定の交通量（調査によって得られた 1 時間交通量を用いる）を発生させる。

図 6.5.1 に示すように、この街路網の吸収源に 1～16、発生源に 17～32、各街路区間に 33～68 の番号をつけ、これらの状態間の推移確率速度を標準型行列に整理すると、

$$A = \underbrace{\begin{pmatrix} I & O & O \\ O & Q_1 & Q_2 \\ R_1 & O & Q_3 \end{pmatrix}}_{\substack{16 \quad 16 \quad 36}} \quad (6.5.1)$$

すなわち 68×68 の正方行列となる。

したがって各街路区間の配分交通量 x_{33} 、 x_{34} 、 \dots x_{68} は、発生源 17、18 \dots 32 からの発生交通量を u_{17} 、 u_{18} 、 \dots u_{32} とすれば、式 (6.3.15) により計算できる。

また、吸収源 1、2 \dots 16 に吸収される交通量を v_1 、 v_2 \dots v_{16} とすれば、これらは式 (6.3.17) によって計算できる。なお計算にあたって v_{16} を各リンクごとに一定と仮定した。

計算の結果は図 6.5.2 に示すとおりである。

図 6.5.2 において付記した () 内の数字は昭和 40 年の調査による実績交通量を表わす。ただしこの値は、各街路区間の両端 2 交差点における方向別交差点交通量観測値の平均値をとったものである。

計算値と実績値比較してみると、ここで採用した街路網モデルは、各街路区間の間での車の出入りを全く無視したかなり不完全、非現実的なものであったにもかかわらず、全般的には適合度が良好な結果を得た。したがって、吸収マルコフ過程による交通量配分理論は、街路網上の交通流の巨視的な解析には十分実用的であるとみなしてよいであろう。

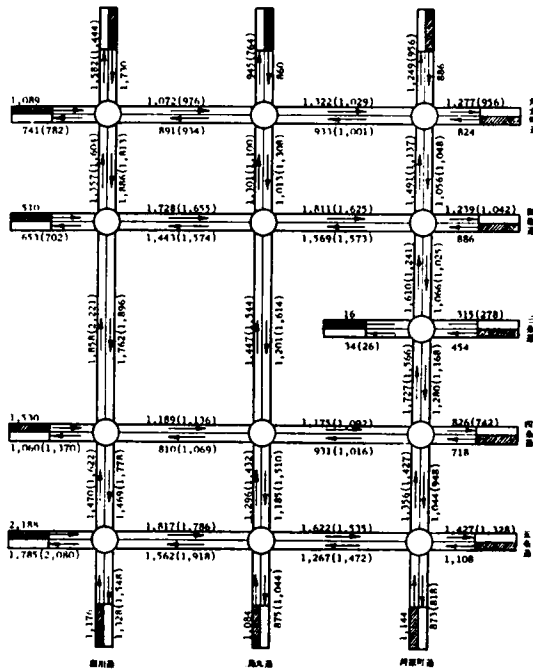


図-6.5.2 吸収マルコフ過程による交通量配分計算値（京都市）

この配分理論では、OD交通量に関する情報は不要なかわり、交差点における推移確率を与えてやる必要がある。そこで、たとえばこの推移確率、具体的には直進、右左折率を人為的に変化させた場合、街路網全体での交通流パターンがどのような影響を受けるかをこの配分理論によって定量化できるであろう。すなわちこの配分理論によって、交通規則が街路交通に与える影響を、巨視的ではあるがきわめて簡単に計量化できる。

そこで次に名古屋都心部街路網を取り上げて、とくに一方通行規制および右折禁止の実施による街路交通の影響について検討することにする。

昭和45年1月1日大阪市の都心部で幹線街路の一方通行規制が実施されて以来、大都市における自動車交通対策の1つとして、わが国でも一方通行規制が本格的に検討されだした。細街路における一方通行規制は随分以前から実施されていたが、幹線街路の一方通行規制は、その影響が大きいため、今日まで実施されずにきたが、大阪市での結果がおおむね好評であったことから、政

府の交通対策本部においても、6大都市における幹線道路の一方通行規制の促進を決定するにいたった。現在では東京都でも実施され、名古屋市でも実施が検討されている。

一般に幹線道路における一方通行規制の利点として、交通容量の増大、走行速度の上昇と遅滞の減少、交通事故の減少、などがあげられるけれども、一方では、目的地までの走行距離の増大、細街路における交通量の増大、特定交差点への右折交通量の集中、など多くの問題点を包含しているので、その実施にあたっては、十分な事前調査を行なって、考えられる問題点に対して対策を立てておく必要がある。大阪市の場合でも、各種の交通調査のほか、配分計算を行なって、一方通行規制に伴う街路交通の検討を行なっている。

そこで、ここでは図 6. 5. 3 に示すような名古屋都心部の街路網を取り上げ、仮に錦通を西行き、広小路通を東行きのそれぞれ一方通行とした場合について考えてみよう。この両道路

はおよそ 80 m ほどで平行に延びており、名古屋市内の幹線街路における一方通行規制実施の第 1 候補地としてあげられている区間である。

考える街路ネットワークモデルは、前の場合と同様に街路網の末端部 14ヶ所にのみ 1 対の発生源と吸収源を設け、発生源から単位時間に一定の交通量を発生させる（図 6. 5. 3 参照）

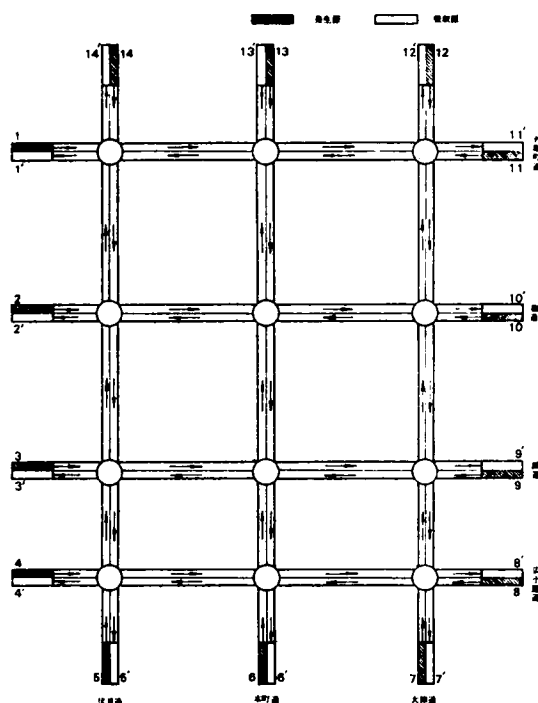


図 6. 5. 3 名古屋市都心部街路網モデル

各交差点での推移確率は、昭和 4 5 年 7 月に実施した交差点交通量調査の結果に基づいている。

まず全く交通規制のない場合について、吸収マルコフ過程による配分交通量を求めてみると図 6. 5. 4 に示すとおりである。また式 (6. 3. 16) によって求めた O D 交通量を表 6. 5. 1 に示す。

次に錦通を西行き、広小路通を東行きの一方通行とした場合について考えてみよう。このとき、一方通行規制によって発生源③および⑧からの交通発生はありえず、これらの発生交通はほかに転換していくであろう。いま錦通と広小路通が非常に接近して平行に走っていることを考えれば、発生源③からの交通量は発生源④へ、発生源⑧からの交通量は発生源⑨へ、それぞれ転移すると考えてもよいであろう。一方錦通と広小路通にある交差点での右左折率は当然変化する。

よって新しく修正した発生交通量 U と推移確率行列 Q を用いて、一方通行規制実施後の各街路の区間交通量を計算すると、図 6. 5. 5 に示すとおりである。

() 内の数字は、図 6. 5. 4 に示した交通規制のない場合の区間交通量計算値に対する比率である。また表 6. 5. 2 には、一方通行規制を実施したときの O D 交通量を示しておく。

次に桜通伏見交差点で南北方向を右折禁止にした場合を例にとって考えてみ

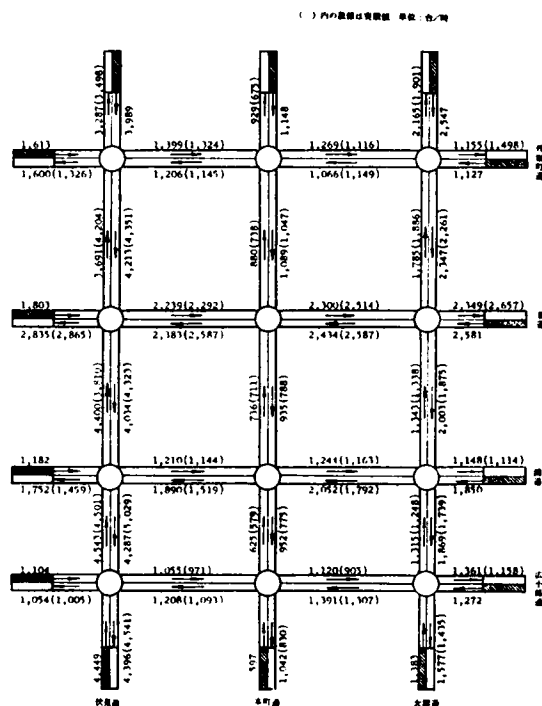


図 - 6. 5. 4 吸収マルコフ過程による
交通量配分計算値
(名古屋市)

表-6.5.1 O D 交通量計算值

O \ D	1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'	10'	11'	12'	13'	14'	計
1	2	62	19	12	333	35	43	15	13	60	596	121	173	5	1,489
2	38	2	22	12	240	49	66	20	14	969	18	142	80	133	1,805
3	16	26	1	9	188	35	48	14	672	22	8	55	40	50	1,184
4	13	24	13	0	5	40	71	670	11	17	6	49	20	52	991
5	334	644	242	4	5	30	41	83	134	260	120	74	62	2,266	4,299
6	40	37	33	30	27	1	12	37	49	49	24	17	219	21	596
7	34	94	74	57	49	30	1	2	55	103	17	620	17	35	1,188
8	22	41	22	589	106	160	2	1	16	27	9	72	26	102	1,195
9	28	48	1,006	18	201	77	141	36	1	35	13	78	60	106	1,848
10	60	1,143	37	20	257	108	131	38	25	3	28	465	95	172	2,582
11	382	27	9	5	94	29	27	9	7	30	0	4	52	88	763
12	139	219	172	75	119	58	868	161	44	369	6	4	46	36	2,366
13	103	132	21	16	56	372	23	48	52	154	80	44	1	44	1,146
14	6	335	81	56	2,603	19	26	32	55	251	50	51	37	3	3,605
計	1,217	2,834	1,752	903	4,283	1,043	1,500	1,166	1,148	2349	975	1,796	928	3,163	25,057

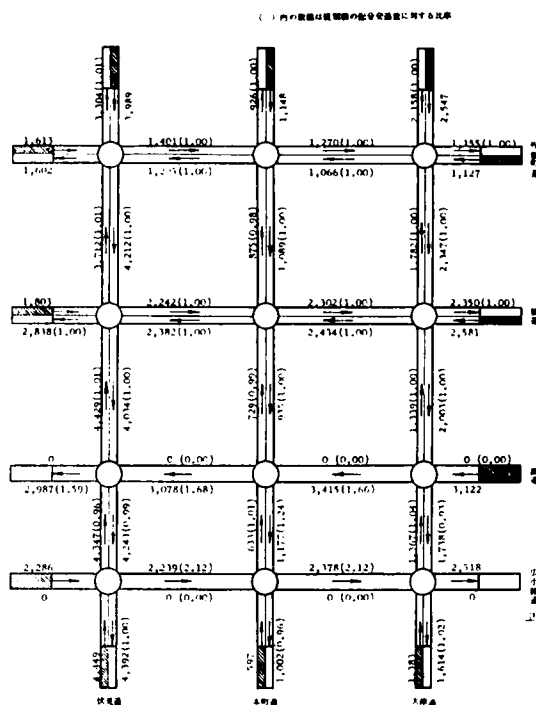


図 - 6. 5. 5 広小路通、錦通一方通行規制後の配分交通量計算値

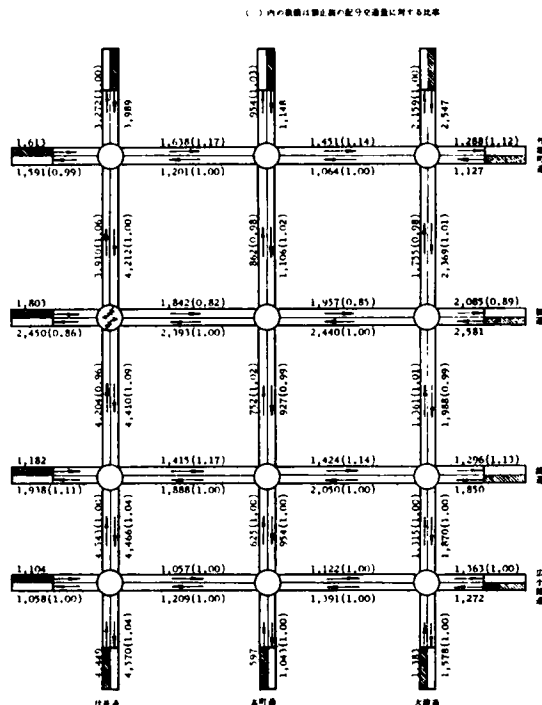


図 - 6. 5. 6 桜通伏見交差点南北方向右折禁止後の配分交通量計算値

よう。この地点での右折禁止によってその周辺の交差点、とくに南北方向の隣接交差点の右左折率に当然変化が生じる。これをあらかじめ予測することは容易ではない。いま当該交差点で右折できなくなった車のうち半分は1つ手前の交差点で右折し、残り半分は当該交差点を越えた次の交差点で右折すると考えて右左折直進率を修正することにする。このほか〇D交通量に対する影響も考えられるが、これについては無視しよう。

右折禁止した場合の区間交通量および〇D交通量計算値を図6.5.6、表6.5.3に示す。図6.5.6によれば、右折禁止によって、外堀町通、桜通、錦通の東行き、および伏見通りに交通量増減の影響が現われている。

以上の計算例から分かるように、交通規制によって各交差点における推移確率の変化がある程度予測できる場合は、規制による交通流パターンを本配分モデルで求めることができるが、交通規制の規模が大きかったり、種々の規制が

表-6.5.2 一方通行規制後のO D 交通量計算値

O \ D	1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'	10'	11'	12'	13'	14'	計
1	2	62	32	0	333	35	44	27	0	60	596	121	173	5	1,490
2	38	2	34	0	240	49	67	33	0	969	18	142	80	133	1,805
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	27	47	48	0	13	81	131	1,344	0	36	12	91	55	99	1,984
5	335	645	402	0	5	31	44	207	0	259	120	72	61	2,269	4,450
6	40	37	61	0	27	1	13	88	0	49	24	17	219	21	597
7	34	94	130	0	49	26	1	8	0	103	17	621	18	36	1,137
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	53	95	1,586	0	297	198	222	104	0	67	24	166	91	220	3,123
10	60	1,143	57	0	257	107	133	61	0	3	28	464	95	173	2,581
11	382	27	14	0	94	29	27	15	0	30	0	3	52	88	761
12	140	220	235	0	116	55	880	208	0	369	6	4	46	89	2,368
13	103	132	41	0	57	372	24	96	0	154	80	43	1	45	1,148
14	6	334	147	0	2,604	19	27	80	0	251	50	50	36	3	3,607
計	1,220	2838	2,787	0	4,092	1,003	1,613	2,271	0	2,350	975	1,794	927	3,181	25,051

表 -6.5.3 右折禁止後の O D 交通量計算値

$\frac{D}{O}$	1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'	10'	11'	12'	13'	14'	計
1	2	20	37	12	354	35	47	18	14	61	596	121	173	5	1,495
2	37	2	32	12	231	49	73	24	14	969	23	143	81	125	1,815
3	16	27	1	9	188	34	52	17	672	17	10	55	40	52	1,190
4	13	24	13	0	5	40	71	670	14	12	8	49	20	52	991
5	328	652	236	4	5	30	44	84	267	18	222	69	80	2,263	4,302
6	40	36	34	30	27	1	12	37	49	49	24	17	219	21	596
7	34	93	75	57	48	30	1	2	56	101	18	620	17	35	1,187
8	22	42	22	589	106	160	3	1	22	17	14	72	27	102	1,199
9	29	49	1,007	18	201	76	154	44	1	25	18	78	61	111	1,872
10	58	1,142	48	20	247	108	143	46	25	3	35	466	97	163	2,601
11	382	15	14	5	99	29	29	11	7	30	1	4	52	88	766
12	139	216	176	75	119	58	947	212	45	366	9	4	46	85	2,497
13	103	129	24	16	57	372	25	49	53	154	81	44	1	43	1,151
14	6	4	219	60	2,769	20	30	36	59	263	51	53	38	3	3,611
計	1,209	2,451	1,938	907	4,456	1,042	1,631	12,51	1,298	20,85	1,110	1,795	952	3,148	25,273

S、r、1……10) は、昭和41年11月3日に追跡調査を実施し、その結果より決定した。調査の方法は、入口からの入場者をランダムに選び、その客が入場してから退場するまでの行動を、時刻を追って追跡し、その結果から推移確率を求めた。本調査では、家族連れ、友人連れおよびアベックをそれぞれランダムに20組選び、グループごとに追跡した。その結果得られたグループ別のゾーン間推移確率行列は、表6.5.4、表6.5.5、表6.5.6に示すとおりである。

表 - 6. 5. 4 家 族 連 れ の 推 移 確 率 行 列

r	r	S	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	1											
S	0.18		0.80						0.05	0.15		
1				0.71					0	0.07		0.04
2			0.20		0.32							0.48
3				0		0.31	0.61	0.			0.04	0.04
4					1.							
5					0.13			0.60			0.27	
6					0.06		0.06		0.75		0.13	
7	0.50		0					0.17		0.33	0	
8	0.43		0.36						0.21		0	0
9					0.14	0	0.29	0.14	0.07			0.36
10			0.10	0.26	0.16	0				0.11	0.37	

表-6.5.5 友人連れの推移確率行列

	r	s	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
r	1											
s	0.05		0.85						0	0.15		
1				0.86					0	0.09		0
2			0.05		0.45							0.50
3				0		0.15	0.65	0.05			0.05	0.10
4					1							
5					0.25			0.60			0.15	
6					0		0.11		0.78		0.11	
7	0.53		0					0.10		0.32	0.05	
8	0.53		0.18						0.23		0	0.06
9					0.07		0.30	0.21	0.07	0.21		0.14
10			0	0.13	0.13		0.07			0.20	0.47	

表-6.5.6 アベックの推移確率行列

	r	s	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
r	1											
s			0.75						0.10	0.15		
1	0.13			0.79					0	0.08		0
2			0.18		0.77							0.05
3				0.07		0.29	0.60	0			0	0.04
4					1							
5					0.14			0.67			0.19	
6					0		0.15		0.75		0.10	
7	0.33		0.05					0.14		0.48	0	
8	0.59		0.23						0.12		0.06	0
9					0		0.13	0.37	0.25	0.25		0
10			0	0.50	0		0		0	0.50		

いまこれらの推移行列を標準型の微分行列として表わし、式（6.3.11）によって $(-Q)^{-1}$ を計算する。この逆行列のとくに発生点 s に対応する要素に注目すると、連続吸収マルコフ過程の性質から各グループが入場してから退場するまでに各展示ゾーンに滞留する時間の期待値が求められる。いまこれらの値を各展示ゾーンの1回当りの平均滞留時間で割れば、展示ゾーンを見物する平均回数が求められる。

その結果を表 6.5.7 にあげる。たとえば入口から入場した家族連れは展示ゾーン 1 に平均 1.39 回、友人連れは 1.05 回、アベックは 1.19 回おとずれて

表 - 6.5.7 グループ別各展示ゾーンの平均通過回数

	S	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	計
家族連れ	1.00	1.39	1.24	1.15	0.36	0.75	0.81	0.90	0.70	0.70	0.95	8.95
友人連れ	1.00	1.05	1.00	1.00	0.15	1.01	0.90	0.94	0.84	0.70	0.75	8.34
アベック	1.00	1.19	1.10	1.39	0.40	1.04	0.99	1.04	0.85	0.40	0.11	8.51

いることがわかる。各展示ゾーンごとに平均通過回数が計算されると、これにグループ別入場者数（調査当日の入場者数は、家族連れ 2,777 組 8,943 人、友人連れ 412 組 1,051 人、アベック 203 組 406 人である）を掛けると展示ゾーンごとに終日延観客数が計算できる（表 6.5.8 参照）。また各展示ゾ

表 - 6.5.8 展示ゾーン別推定延観客数計算値 (単位：人)

ゾーン グループ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	入場者数
家族連れ	13,682	11,089	10,284	3,543	7,382	7,244	8,049	6,260	6,260	8,496	8,943
友人連れ	1,104	1,051	1,051	158	1,062	946	988	883	736	788	1,051
アベック	483	447	564	162	422	402	422	345	162	45	406
計	15,263	12,587	11,899	3,863	8,866	8,592	9,459	7,488	7,158	9,329	10,400

ン間の推移確率がすでに与えられているので各グループごとに各展示ゾーンの延観客数と対応する推移確率を掛けることにより、観客流動を展示ゾーン間

○D観客数として表わすことができる。表 6. 5. 9 は岡崎動物園の終日の観客流動を○D表で表わした結果である。

表 - 6. 5. 9 岡崎動物園内観客流動推定値 (単位：人)

○ D	出 口	ゾ ー ン 1	2	3	4	5	6	7	8	9	1 0	計
入 口		8,352						488	1,560			10,400
ゾ ー ン 1	2,581		11,045						1,096		547	15,269
2		2,351		4,365							5,871	12,587
3			39		3,510	7,294	53			464	539	11,899
4				3,863								3,863
5				1,285			5,349			2,232		8,866
6				435		599		6,473		1,086		8,592
7	4,688	21					1,526		3,175	49		9,452
8	3,364		2,413					1,559		21	53	7,488
9				928		242	2,030	969	634		2,357	7,158
1 0		850	2,334	1,461		55			1,093	3,536		9,329

なお表 6. 5. 7 で得られた通過回数に平均滞留時間を乗じ、各展示ゾ ー ンを合計すると、入場から退場までの平均見物所要時間 t^k が計算できる。式で表わすと、

$$t^k = \sum_i n_i^k r_i^k \quad (6. 5. 2)$$

ここに、

n_i^k : グループ k が展示ゾーン i を訪れる回数

r_i^k : グループ k が展示ゾーン i で費やす滞留時間

k : 家族連れ、友人連れ、アベック

岡崎動物園の場合は、 t^k がグループ構成別に各展示ゾ ー ンで観測されて表 6. 5. 10 に示すように得られたので、上式によって計算すると表 6. 5. 11 に示

すような結果を得た。表 6.5.11 に記載されているように、計算値は追跡調査

表- 6.5.10 グループ構成別各展示ゾーン滞留時間 (単位:分)

グループ \ ゾーン	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
家族連れ	9.2	6.7	5.8	8.3	12.6	5.2	11.0	2.1	4.3	17.4
友人連れ	7.9	6.9	4.0	9.5	10.3	4.1	7.4	2.2	3.6	3.2
アベック	5.6	7.7	5.0	13.1	9.3	2.7	9.3	2.3	1.0	1.5

(昭41.11.3調べ)

から得られた実測値に

きわめて近い値を示し

ている。このように平

均見物時間からみて、

実測値を十分な精度で

説明できることは、吸

収マルコフ過程を用い

た観客流動モデルの実

表- 6.5.11 入場から退場までの平均所要時間

	計 算 値	実 測 値
家族連れ	7 5.3分	7 5.3 分
友人連れ	4 8.5	5 1.0
アベック	5 1.9	5 5.7

(実測値は昭41.11.3調べ)

用性を十分証明しているものと考えられる。したがって会場内の連絡通路設計などには、十分実用性があるものと思われる。新しく建設される会場内の観客流動を考えると、推移確率 P_{ij} をなんらかの方法によって与える必要がある。一般的には各展示場の観客吸引力に基づいて推移確率を推定したり、あるいは決定することが妥当であろう。そのために観客吸引力についてつぎに分析してみたい。

会場内の観客の行動は、ランダムウォーク的な性格を多分に持ってはいるが観客が会場内に均等に分布しているわけではなく、各展示場の観客数に差が見られるのが普通である。これは各展示場の立地条件や魅力度に差異があるためと考えられる。そこで相対的な観客吸引力なるものを検討するため、岡崎動物園を例にとって、まず表 6.5.12 に示すように午前10時から午後4時まで、

表-6.5.12 時刻別展示ゾーン内観客数

観測 時間 ゾーン	10時 人 (%)	11時 人 (%)	12時 人 (%)	14時 人 (%)	15時 人 (%)	16時 人 (%)	計 人 (%)
1	58 (12.2)	284 (14.3)	410 (14.8)	386 (11.0)	258 (9.8)	148 (12.7)	1,544 (12.3)
2	96 (20.3)	451 (22.8)	300 (10.8)	441 (12.6)	271 (10.3)	124 (10.6)	1,683 (13.4)
3	31 (6.5)	285 (14.3)	477 (17.2)	385 (11.0)	231 (8.7)	76 (6.5)	1,485 (11.8)
4	13 (2.7)	139 (7.0)	185 (6.7)	135 (3.8)	139 (5.3)	40 (3.4)	651 (5.2)
5	55 (11.6)	247 (12.4)	362 (13.0)	600 (17.1)	471 (17.7)	183 (15.7)	1,918 (15.2)
6	21 (4.4)	94 (4.7)	181 (6.5)	274 (7.8)	226 (8.6)	47 (4.0)	843 (6.7)
7	34 (7.2)	104 (5.2)	175 (6.3)	330 (9.4)	310 (11.7)	150 (12.9)	1,103 (9.0)
8	7 (1.5)	30 (1.5)	83 (3.0)	140 (4.0)	85 (3.2)	43 (3.7)	383 (3.1)
9	18 (3.8)	42 (2.1)	33 (1.2)	214 (6.1)	160 (6.1)	86 (7.4)	553 (4.4)
10	141 (29.8)	309 (15.7)	568 (20.5)	607 (17.2)	492 (18.6)	270 (23.1)	2,387 (18.9)
計	474 (100.0)	1,985 (100.0)	2,774 (100.0)	3,512 (100.0)	2,643 (100.0)	1,167 (100.0)	12,550 (100.0)

(昭41.1.13調べ)

午後1時を除いて1時間ごとに、園内10ゾーンに滞留している見物客数をいっせいに観測した。この観測値では時刻ごとの各展示ゾーンの観客吸引力は時刻によって多少変動しているが、平均的にみると、展示ゾーン10の観客吸引力が最大である。その理由は、展示ゾーン10が園内のほぼ中央に位置し、また面積的に大きいという立地条件のほかに、このゾーンには子供用の各種遊技施設があって、入場者の8割強を占める家族連れの多くを吸引するからであろう。

展示ゾーン5は立地条件からみれば必ずしも良い条件ではないが、人気のある動物が多いため滞留時間が長くなって、結果的には展示ゾーン10について大きい観客吸引力を示している。

このように観客吸引力は一般に展示ゾーンを訪れる観客数と平均滞留時間の積で表わせると考えられるので、つぎの式で展示ゾーン1の相対的観客吸引力 W_1 を定義する。

$$\omega_i = \frac{\sum_k T_k n_{i,k} \tau_{i,k}}{\sum_i \sum_k T_k n_{i,k} \tau_{i,k}} \quad (6.5.3)$$

ここで、

T_k : グループ k の入場者数

$n_{i,k}$: グループ k の展示ゾーン i での通過回数

$\tau_{i,k}$: グループ k の展示ゾーン i での滞留時間

k : 家族連れ, 友人連れ, アベック

T_k と $\tau_{i,k}$ は調査によって与えられるものであり、 $n_{i,k}$ は吸収マルコフ過程の性質から得られる。岡崎動物園の場合の W_1 を上式によって計算すると、表 6.5.13 に示す結果を得た。

表 - 6.5.13 相 対 的 観 客 吸 引 力 (計算値)

ゾーン 吸引力	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
W_1	0.169	0.114	0.089	0.041	0.133	0.057	0.134	0.021	0.040	0.202

表 6. 5. 1 3 で示した計算値は、前記表 6. 5. 1 2 の観測値と比較してかなり近い値を示している。出入口に近い展示ゾーンで計算値と実績値の差が大きくなったのは、出入口自身の影響によるものと考えられる。したがって出入口に隣接する展示ゾーンにいくぶん問題が残されているが、吸収マルコフ過程を用いた観客流動モデルから、十分観客吸引力が推計できることがわかった。ただ上で述べた観客吸引力は絶対的なものではなく、位置や広さに影響されるいわばみかけの吸引力であることに注意したい。

新しい会場に観客流動モデルを適用する場合は、あらかじめ推移確率行列を推定しておかねばならない。その 1 方法として、推移確率が出入口付近を除いて観客吸引力に大きく関係していることに注目して、まず展示ゾーンの相対的な観客吸引力を与え、これより第 3 章で述べた確率的にもっとも起こりやすい分布パターンを求める式を援用して、ゾーン間の推移確率を推定する方法が考えられよう。ただし入口と出口に関する推移確率については別に考慮しなければならないと思われる。

6. 6 セミマルコフ過程による交通量配分 ⁷⁾

次に推移に要する時間が分布形で与えられるようなネットワーク上の交通流を取り上げてみよう。たとえば前節 6. 5 で取り上げた会場内での観客流動などはその例で、会場内をいくつかの展示ゾーンに区分したとき、ある展示ゾーンに滞留している時間は一般にはランダムであり、したがって展示ゾーン間の推移時間はそれぞれ異っていると考えた方がよい。とくに会場内の観客流動パターンの終日の変動を時刻ごとに捉えようとする場合は、各展示ゾーンの滞留時間を一定と仮定することはできない。そこである展示場に滞留する時間がある分布形をもち、その関数は現在の展示ゾーンと次に訪れる展示ゾーンに従属していると考え、滞留時間を組み入れた観客流動はセミマルコフ過程によってモデル化することが可能となる。まず会場内を発生点（入口）、吸収点（出口）および場内展示場を m ゾーンに分けて考える。観客はゾーン i で $\tau_{i,j}$ 時間滞留してか

らつぎのゾーン j ($j \neq i$) に移っていくとする。 τ_{ij} の密度関数を $h_{ij}(\tau)$ 、分布関数を $F_{ij}(t) = P\{\tau_{ij} \leq t\}$ とし、ゾーン i からつぎのゾーン j に移る推移確率を P_{ij} とする。 P_{ij} 、 h_{ij} 、 F_{ij} はつぎの関係を満たす。

$$\left. \begin{aligned} \sum_j P_{ij} &= 1 \quad P_{ij} \geq 0 \\ F_{ij}(t) &= \int_0^t h_{ij}(\tau) d\tau \\ F_{ij}(0) &= 0 \quad \lim_{t \rightarrow \infty} F_{ij}(t) = 1 \quad 0 \leq F_{ij} \leq 1 \quad t \geq 0 \end{aligned} \right\} \quad (6.6.1)$$

このときゾーン i に移ってから t 時間後につぎのゾーン j に移る条件付確率 $A_{ij}(t)$ は

$$A_{ij}(t) = P_{ij} F_{ij}(t) \quad (6.6.2)$$

で表わせる。またゾーン i に移ってから t 時間後にまたつぎのゾーン j に移らずに、ゾーン i に滞留している条件付確率を $A_{ii}(t)$ とすると、

$$A_{ii}(t) = \sum_{j(j \neq i)} P_{ij} (1 - F_{ij}(t)) = 1 - \sum_{j(j \neq i)} A_{ij}(t) \quad (6.6.3)$$

なる関係が成立する。また $a_{ij}(t) = dA_{ij}(t)/dt = P_{ij} h_{ij}(t)$ とおけば

$$a_{ii}(t) = - \sum_{j(j \neq i)} a_{ij}(t) \Rightarrow \sum_j a_{ij}(t) = 0 \quad (6.6.4)$$

が導ける。以上の準備のもとで、会場内の展示ゾーン i に注目して、時刻 t における観客数の変動を考える。展示ゾーン i の隣接ゾーン (吸収点を含む) を $k = (k_1, \dots, k_1)$ とし、また隣接発生点を $S = (S_1, \dots, S_1)$ とする。各発生点の時刻 t における入場者数を $Q_s(t)$ ($S = S_1, \dots, S_1$) として、ゾーン i の時刻 t における観客数を $N_i(t)$ で表わせれば、時刻 t における観客数の変化率は次の式で表わせる。

$$\begin{aligned} N_i'(t) &= \sum_{k(k \neq i)} P_{ki} \int_0^t N_k(t-u) h_{ki}(u) du \\ &\quad - \sum_{k(k \neq i)} P_{ik} \int_0^t N_i(t-u) h_{ik}(u) du \\ &\quad + \sum_s P_{si} \int_0^t Q_s(t-u) h_{si}(u) du \end{aligned} \quad (6.6.5)$$

上式で右辺第 1 項は吸収点を除く隣接ゾーン i からゾーン j への単位時間当りの流入観客数、第 2 項は同じくゾーン i からの流出観客数を表わし、第 3 項は発生点からの単位時間当りの入場者数を表わす。 $a_{ij}(t) = P_{ij} h_j(t)$ から上式はつぎのように書き直せる。

$$\begin{aligned} N_i'(t) &= \sum_k \int_0^t N_k(t-u) a_{ki}(u) du \\ &\quad + \sum_s \int_0^t Q_s(t-u) a_{si}(u) du \\ (k &= k_1, \dots, k_i, \quad s = s_1, \dots, s_i) \end{aligned} \quad (6.6.6)$$

ラプラス変換を行なうと

$$sn_i(s) - N_i(0) = \sum_k n_k(s) a_{ki}(s) + \sum_s Q_s(s) a_{si}^*(s) \quad (6.6.7)$$

上式をベクトル表示すれば

$$sn(s) - N(0) = n(s) \alpha(s) + Q(s) \alpha^*(s) \quad (6.6.8)$$

ここで、

$n(s) : n_i(s) (i=1, \dots, m)$ を成分とする $1 \times m$ 行列

$\alpha(s) : a_{ij}(s) (i, j=1, \dots, m)$ を成分とする $m \times m$ 行列

$Q(s) : Q_s(s) (s=s_1, \dots, s_m)$ を成分とする $1 \times m$ 行列

$\alpha^*(s) : a_{si}^*(s) (s=s_1, \dots, s_m \quad i=1, \dots, m)$ を成分とする $m \times m$ 行列

$$\begin{aligned} n(s) &= N(0) (sI - \alpha(s))^{-1} \\ &\quad + Q(s) \alpha^*(s) (sI - \alpha(s))^{-1} \end{aligned} \quad (6.6.9)$$

ただし、上式で I は $m \times m$ の単位行列。

式 (6.6.9) において初期条件として $N(0)$ および入場者分布 $Q(0)$ を、また展示ゾーン相互の推移を表わす $a(0)$ と入口と展示ゾーン間の推移を表わす $a^*(0)$ を与えることによって $n(0)$ が求まり、これを逆変換すれば、各展示ゾーンの時刻 t における観客数 $N(t) = \{ N_1(t), \dots, N_m(t) \}$ が計算できる。定常状態を問題にする場合は、 $\lim_{t \rightarrow 0} N(t) \rightarrow \lim_{s \rightarrow 0} sn(0)$ の関係から

$$\begin{aligned}\lim_{s \rightarrow 0} sn(s) &= \lim_{s \rightarrow 0} sN(0)(sI - \alpha(s))^{-1} \\ &\quad + \lim_{s \rightarrow 0} Q(s)\alpha^*(s)(sI - \alpha(s))^{-1} \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} sQ(s)\alpha^*(s)(-\alpha(0))^{-1}\end{aligned}\quad (6.6.10)$$

となる。上式によれば、定常状態では初期条件に無関係に決まることが明らかである。

なお $a_{ij}(t) = A_{ij}'(t)$ の関係から、これらをラプラス変換したものの中には、つぎの関係が満たされている。

$$\alpha(s) = sA(s) - A(0) = sA(s) \quad (6.6.11)$$

上式を式 (6.6.9) と式 (6.6.10) にそれぞれ代入すると、

$$\begin{aligned}n(s) &= N(0)(sI - sA(s))^{-1} \\ &\quad + Q(s)\alpha^*(s)(sI - sA(s))^{-1}\end{aligned}\quad (6.6.12)$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} sn(s) = \lim_{s \rightarrow 0} sQ(s)\alpha^*(s)(-P)^{-1} \quad (6.6.13)$$

ここで $P = \lim_{s \rightarrow 0} sA(s)$ で P_{ij} を成分とする $m \times m$ 行列。

以上の結果、入場者分布 $Q_{ij}(t)$ ($S = S_1, \dots, S_m$) を与えて、式 (6.6.12) ないしは式 (6.6.13) から過渡状態の観客流動を一般的に解くことができる。

ただし滞留時間分布 $h_{ij}(t)$ の与え方によってかなり面倒な計算となる。たとえば

$h_{ij}(t) = \lambda_{ij} e^{-\lambda_{ij} t}$ なる指数分布を仮定すれば、比較的計算は楽になると思われる。

6.7 結 語

今日交通の分野にマルコフ過程の理論が適用された例としては、佐佐木教授によって初めて適用され、また本章の中心課題でもある配分モデルをはじめ、OD交通量の推定方法¹⁰⁾として適用された例、会場内の観客流動¹¹⁾やスーパーマーケット内の買物客流動¹²⁾の分析に用いられた例、観光地における観光客の流動推定に用いられた例¹³⁾ ¹⁴⁾ パーソントリップの行動パターン分析に用いられた例¹⁵⁾ ¹⁶⁾

土地利用モデル¹⁷⁾として適用された例、など多くを数えることができる。これらはいずれも交通現象の中にみられるマルコフ特性的挙動に注目して導かれたものであるが、マルコフ過程の援用によって複雑な交通流の流動パターンが巨視的ではあるが明快にしかも比較的簡単な演算によって表現できることに最大の特徴がある。これを本章で取り上げた吸収マルコフ過程による交通量配分理論についてみると、発生交通量と道路網の各分岐点における推移確率さえ与えられれば、道路網上の交通量が完全に記述できることになり、O D交通量に関する情報などは全く不要である。問題は推移確率をデータとしていかに与えるかという点である。推移確率さえうまく与えれば、道路網上の交通流をある程度の精度で記述できることは6.5で示した定常解としての適用例ですでに明らかにしたとおりである。

ただ従来の研究のすべてがマルコフ過程の定常解に注目したものであり、したがって、交通流を時間の関数として取り扱う問題に対しては適用が困難であった。その意味では6.2および6.3において導いた拡張された配分モデルは、交通流を時間的に連続な形で記述することができ、当モデルの適用範囲を拡大する上に大いに貢献している。実際、交通流は時とともに変わるものであり、とくに信号表示の影響を無視することのできないようリアルタイム的な交通流の記述をめざす上において非常に重要である。ただこの拡張された配分モデルにおいても、時間的に連続な記述を可能にしたとはいえ、道路網上の交通流を巨視的な立場からいわゆる流体としてみる点においては何ら変わりがないことに注意しなければならない。

以上みてきたように、吸収マルコフ過程による配分モデルには従来の配分モデルにみられない特徴を有しているのであるが、一方ではいくつかの欠点をもっていることも事実である。たとえばO D交通量に関する情報が不要であるという長所は、一方では欠点でもある。それは各道路区間の交通量は容易に計算できるがそのO D構成を知ることができない点である。したがって吸収マルコフ過程による配分交通量においては、各O D間の交通がどのように道路網上を流れているか

が全くつかめないことになる。よってこの配分モデルを将来予測に適用しようとするれば、推移確率にほとんど変化がないであろうとみなせる比較的短期的予測かあるいは別の何らかの方法によって将来の推移確率が推定できる場合に限定されるであろう。

参 考 文 献

- 1) 佐佐木綱、松井寛：“連続吸収マルコフ過程を用いた交通量分布”
第8回日本道路会議論文集、昭和40年10月
- 2) 松井 寛：“街路網上の交通量分布に関する統計力学的考察”
京都大学修士論文 昭和41年2月
- 3) Matsui H：“Theory of Traffic Distribution through the
Continuous-Time Absorbing Markov Process”
Bulletin of Nagoya Institute of Technology、Vol.21、
pp.317~326、1969
- 4) 佐佐木綱：“吸収マルコフ過程による交通量配分理論”、
土木学会論文集 第121号、pp.28~32、昭和40年9月
- 5) 北川敏男編：“マルコフ過程”、情報科学講座A・5・1 共立出版
昭和42年9月
- 6) 前掲4)に同じ
- 7) 前掲3)に同じ
- 8) 佐佐木綱、松井寛：“会場内の観客流動モデル” 土木学会論文集 第159号
pp.90~95、昭和43年11月
- 9) 前掲8)に同じ
- 10) 米谷栄二、佐佐木綱、西藤立雄：“マルコフ連鎖によるOD交通量の推定”
土木学会論文集 第129号、pp.15~22、昭和41年5月
- 11) 前掲8)に同じ
- 12) Farley J.U.and Ring L.W.：“A Stochastic Model of Supermarket
Traffic Flow” Opns Res.14 pp.555~567、1966
- 13) 佐佐木綱、住田陸快：“観光トリップ数の推定について” 第22回土木学会
年次学術講演会概要集、第4部門、pp.150~151、昭和42年5月

14) 永井 護：“遊園地における歩行者の流動に関するシミュレーション”、
第25回土木学会年次学術講演会概要集、第4部門 PP.255~256
昭和45年11月

15) Sasaki T.: “Estimation of Person Trip Patterns through
Markov Chains” Paper presented to the 5th International
Symposium on the Theory of Traffic Flow and Transportation
1971

16) Horton F.E. and Wagner W.E.: “A Markovian Analysis by
Socioeconomic-Occupational Groups”, H.R.R. №283 pp.19~29
1969

17) Horton F.E. and Shulzinger P.W.: “The Analysis of Land-Use
Linkage” H.R.R. №165 pp.96~107, 1967

第 7 章 結 論

本研究では、道路網上における交通量の分布状態を数学的に記述することを目的として、主として確率論的な立場から考察してきたが、その結果交通量の O D 分布および配分に関していくつかの新しいモデルを提案した。ところで交通量の分布状態に対する確率論的な接近方法として、本研究では 2 つの立場からの追究がなされたが、その 1 つは交通量の分布パターンに関する微視的状态を基礎とした統計論的な考察であり、これは第 3 章、第 4 章および第 5 章の中で論じられた。他の 1 つは道路網上の交通流の挙動を確率過程として記述しようとする考え方であり、これは第 6 章で取り扱われた。

まず第 3 章ではトリップの O D 分布を対象に、トリップの O D 分布パターンに対して車を 1 台 1 台区別して考えたときの微視的状态というものを考え、この微視的状态の数が最大となるときの分布パターンを考えることによって、与えられた交通条件および道路条件のもとで、確率的にみてもっとも確からしい分布パターンを求める方法を定式化した。この新しい O D 分布モデルは、目的関数がある制約条件のもとで最小化する形で定義されるという特徴のあるモデルであるが、これから得られた O D 分布パターンが結果的には重力モデル構造を有していることが数学的に証明されたわけで、注目できる結論といえよう。ところで本モデルの目的関数の中には、統計力学の中で用いられる統計論的エントロピーと類似の項が含まれているがこのことから本モデルが、すでに提案されている佐佐木のエントロピー法および Wilson のエントロピー法ときわめて類似したモデルであることが明らかとなる。ただ本モデルは、O D 分布に対して経験的に与えられる先験確率を仮定する必要のない点で佐佐木のエントロピー法と異なるし、全トリップによる総走行時間一定の仮定を制約条件として直接的に導入していないという点で Wilson のエントロピー法とも異なっている。しかし一定の条件のもとでは上記の 3 モデルは結果的には完全に一致し、同一の解を得ることが明らかにされた。

第5章では道路網上の交通量配分を対象に、第3章と同様配分パターンに関する微視的状态というものに基礎をおいた確率論的な考察がなされた。元来交通量配分は、諸々の社会的制約を受けやすいOD分布と比較して、確率論的現象として受け入れやすい背景がある。これは運転者の経路選択にみられる多様性を考え合わせれば納得できる。

本章で提案された確率最大化配分法と名付けられる新しい配分モデルは、配分理論としての厳密な論理性に裏付けされた配分モデルであるが、同じく明快な論理性をもった配分モデルとして知られている輸送計画的配分や、等時間原則配分とは異なるものである。それは本モデルが、経路選択における多様性あるいは不確実性に着目して導かれたいわば確率論的モデルであるのに対し、輸送計画的配分や等時間原則配分は、経路選択の一義性を前提としたいわば決定論的モデルであるからである。したがって確率最大化配分法では、それがパスフローによる定式化かリンクフローによる定式化かの如何んにかかわらず、OD交通量は最短経路だけでなく複数本の経路に配分される。しかしながら確率最大化配分法の基本的な性質として、目的関数に含まれる定数 γ が無大となる極限状態においては、運転者の経路選択における自由度がゼロであることを意味し、結局 $\gamma \rightarrow \infty$ においては確率最大化配分法による配分パターンは輸送計画的配分と一致することが明らかにされた。また特定の条件のもとでは等時間原則配分とも一致ないし近似的に一致することも明らかにされた。

配分モデルとしての適合性を考える上において、やはり考慮しておかなければならない問題は容量制約の導入である。ただ容量制約の導入によって数学的には非線形計画法の問題となり求解の困難さは増すが、確率最大化配分法においてはその目的関数の凹性から、解の存在とその唯一性が証明されていることは大きな救いである。容量制約の具体的方法として、本章では走行時間関数（交通量 - 走行時間曲線）を用いる方法と容量制限不等式を用いる方法を提案した。前者は現実の交通現象にみられる交通量の増加による走行時間の増大の影響を、直接配分手法の中に組み入

れたものであるから、現実の交通現象に近い配分を可能とし、この場合は逐次近似解法による比較的簡単な反復計算によって配分解が得られる。一方後者は道路容量制限を不等式条件として与える方法で、この方法によれば、あらかじめ与えられた道路容量以上に交通量が配分されることはないが、容量一杯になるまでは、容量制約が交通の流れに全く影響をもたないことになり、交通量の増加と共に徐々にかつ連続的に容量制約の影響がみられる現実の交通現象と比較すれば、いくらか非現実的であるといえる。この方法はまず、等式および不等式制約条件付きの最小化問題として定式化された確率最大化配分法を、SUMT変換によって制約条件なしの最小化問題に変換し、つぎにこれを傾斜法の最近のもっとも強力な手法として知られている Fletcher - Powell 法によって解く。また別の解法として、目的関数が変数分離型であることを利用して、目的関数の線形近似によって線形計画法の問題として解く方法も提案した。容量制約の方法およびその解法にはそれぞれ一長一短があるが、計算例を通して検討した結果では、いまのところ走行時間関数を導入し逐次近似解法によって解く方法が総合的にみてもっとも実用的であり、相当大規模な道路網にも適用可能である。

ところで本章で取り上げた確率最大化配分法は主にパスフローとして定式化されたが、リンクフローとしての定式化も可能であることも明らかにした。一般にパスフローによる定式化によれば変数の数を少なくできるが、配分計算に先立ってあらかじめ道路網上で配分対象経路の探索を行なう必要があり、とくに大規模な道路網を対象とするときは、この経路探索作業に多くの労力を要する。一方リンクフローによる定式化によれば、経路探索という面倒な作業は必要なくなるが、変数の数が非常に膨大となる欠点がある。またリンクフローとして定式化された場合の確率最大化配分法は、逐次近似による解法が適用できなくなり、すべてSUMTとFletcher - Powell法の組み合わせる解法によらなければならない。

このように本章では確率最大化配分法という新しい配分理論を提案し、その解法についても考察してきたが、その実用化にあたっては交通量配分の問題に共通した

計算技術上の問題点がいくつか残されており、今後も引き続き研究が望まれる。

第4章では、先の第3章と第5章と共通の理論構成のもとに、道路網上におけるOD分布パターンと経路の配分パターンを同時に推定する新しいモデルが提案された。このモデルは現実の交通現象にみられるOD交通量と配分交通量との間の相互作用に注目したもので、たとえば、ある地域内の道路網形態が変化するとき、あるいは道路網上の交通事情（たとえば交通混雑状況など）が変化したときに、当該地域内の交通量パターンが長期的にみてどのような影響を受けるかを予測するような問題に対して適用しうるものである。

最後の第6章では、道路網上の交通流の分布状態を確率論的現象としてみるという点に関しては共通しているものの、前章までの議論とは全く異なった観点からの考察が進められた。すなわち、道路網の各 구간ごとにある時刻における車の台数に関して1階微分形で与えられる状態方程式を立て、これを連立で解くことにより、道路区間の交通密度や交通量を時間の関数として求める方法である。この配分モデルは交通流がマルコフ過程に従って流れるという仮定のもとに導かれるもので、発生地点からの発生交通量と道路網上の各分岐点における推移確率さえ与えれば、道路網上の交通流が完全に記述でき、OD交通量に関する情報は全く不要というきわめて特徴のあるモデルである。交通流の平均速度が各 구간ごとに一定とみなしうる場合は、状態が線形の連立1階微分方程式によって表わされるが、走行時間関数を導入した場合、状態方程式は非線形な連立1階微分方程式となる。したがっていずれにしても解は数値解法によらざるを得ず、具体的には Runge^{-Kutta}-Gill 法によって求める方法を提案した。このように連続吸収マルコフ過程による配分モデルでは、たとえば交差点における信号表示の影響を考察するような、リアルタイム的な交通流の記述が可能となる。ただこの配分モデルではOD交通量に関する情報の代替として、すべての分岐点における推移確率を与えておく必要があり、したがって本モデルを予測モデルとして適用する場合は、現況の推移確率とほとんど変化がないとみなせる比較的短期的な予測か、あるいは何らかの方法で将来の推移確率が推定で

きる場合に限られるようである。

以上本研究では、道路網上の交通流の分布現象を記述するための数学的モデルをいくつか提案してきたが、このような交通現象の記述に数学的手法を用いたとしても、それが現実との対応と離れて、単なる観念的な理論展開に止まってしまうなら何の意味もなさなくなる。したがって交通現象のモデル化と同時に、現実の問題への適用を通して実証的な研究を積み重ね、モデルの適合性に関する評価と確認を行なう必要がある。また実証的研究によって、モデル内の外生パラメータの決定など実際問題への適合性の検討も可能となろう。本研究では、たとえば第3章で取り上げた名古屋市14区間の乗用車OD交通量への適用、第4章における同じく名古屋市の幹線道路網への適用例、第6章の京都および名古屋の都心部幹線道路網を対象とした適用例、その他いくつかの適用計算を通して、本研究で提案したモデルの適合性をある程度裏付けることに成功した。ただ第5章で提案した確率最大化配分法については、交通量配分に関する実観データの入手困難もあって十分検討できなかったことは今後の問題として残されており、今後の研究に期待したい。なお本論文で扱った計算例のほとんどは名古屋大学大型電子計算機の利用によったことを最後に付記しておく。